

CONTRIBUTION DE JEAN PETITOT A LA SEANCE FORMALISATION

1 - De l'exposé clair et vigoureux de Marc Barbut - exposé dont je partage la plupart des thèses, y compris celles critiquant l'usage purement analogique de certaines théories qui me sont chères - je retiendrai d'abord la seconde affirmation : ce qu'on formalise est toujours une *théorie*. Pour ne pas être trop technique, je m'en tiendrai essentiellement à une remarque, de nature épistémologique.

Ce qu'on formalise est toujours une théorie. Mais de quel *type* de théorie s'agit-il ? En sciences humaines, les théories sont en général *conceptuelles-descriptives*. Je veux dire par là que ce sont des *constructions discursives* - des hiérarchies définitionnelles développées en chaînes de propositions - à la fois logiquement cohérentes et empiriquement applicables. Comme l'a remarqué Greimas à propos du structuralisme, elles comprennent en général plusieurs niveaux et en particulier :

- (i) le niveau des phénomènes empiriques donnés dans leur diversité ;
- (ii) le niveau des langages d'observation et de description avec leurs concepts et leurs procédures opératoires ;
- (iii) le niveau, méthodologique, de l'analyse des concepts descriptifs et des méthodes permettant la représentation théorique des objets ;
- (iv) le niveau, épistémologique, de l'investigation des concepts indéfinissables, des hypothèses fondamentales, des principes et des axiomes.

À travers ces niveaux successifs, la *description opératoire* des phénomènes empiriquement donnés dans leur diversité se transforme en la *reconstruction rationnelle* d'objets théoriques possédant un *type* bien défini *d'objectivité*. Il est remarquable d'arriver à constituer sur ce mode des théories conceptuelles-descriptives bien formées. Il suffit, par exemple, de penser au structuralisme en linguistique ou en anthropologie.

Comment, dans un tel contexte, se pose la question de la formalisation, de son statut, de sa fonction, de son intérêt ? J'aimerais développer l'idée que les mathématiques sont en sciences - et en particulier en sciences humaines - *au service du concept*.

On peut évidemment, en dehors de toute théorisation, concevoir la formalisation en sciences humaines comme l'application de méthodes universelles (non spécifiques) d'analyse de données numériques directement extraites des phénomènes (cf. par exemple les méthodes d'analyse factorielle). Mais cette conception est clairement très limitée et très insuffisante.

En effet, la formalisation doit également concerner *la mathématisation de la reconstruction rationnelle des objets théoriques*. Mais ici se présente une alternative entre deux conceptions de la formalisation, l'une "axiomatique", formaliste, conventionaliste, grammaticale, l'autre que j'appellerai "schématisante" ou "constructive".

2. Dans la perspective axiomatique - qui s'inspire de la métamathématique hilbertienne - on part du constat que les concepts *primitifs* d'une théorie conceptuelle-descriptive sont *indéfinissables*. On applique alors la méthode axiomatique des "définitions implicites" qui consiste à substituer à ces termes primitifs dont le contenu *sémantique* est indéfinissable les règles *syntaxiques* qui norment leur *usage*. Par ce biais, la théorie se trouve *traduite* dans un *langage formel* dont on peut analyser la syntaxe logique, tester la cohérence et contrôler les inférences. Ce point de vue proprement formaliste est solidaire d'une épistémologie positiviste et empiriste. Il conduit à penser le rapport entre les mathématiques pures et la réalité

empirique par analogie avec le rapport qui existe en *théorie logique des modèles* entre la syntaxe des théories et la sémantique des structures, comme si les théories formalisées n'étaient que des constructions grammaticales conventionnelles dont l'application à la réalité empirique n'était que dénotative.

Malgré tous ses mérites, cette conception de la formalisation me paraît fondamentalement insuffisante. Car dans les "grandes" sciences mathématisées comme la physique, la réalité phénoménale *n'est pas* en position de sémantique - de dénotation, de référence - relativement à la syntaxe logique des théories. La formalisation n'y est pas un jeu à *deux* entre des formes logiques et des contenus empiriques mais un jeu à *quatre*. En effet, du côté des mathématiques pures il existe déjà un jeu à deux entre la syntaxe logique des théories et les structures mathématiques spécifiques où elles s'interprètent sémantiquement. Et du côté de la réalité empirique, l'objectivité est également un jeu à deux entre la diversité phénoménale et l'unité conceptuelle.

3. Il existe ainsi, dans les "grandes" sciences mathématisées, un moment très particulier, de nature *sémantique* et non pas syntaxique, et même de nature sémantique en un sens non pas dénotatif mais *interprétatif*. Ce moment est celui, non pas de l'axiomatisation des concepts primitifs mais *de leur interprétation par des structures mathématiques spécifiques* (éventuellement très sophistiquées). Me référant au lexique kantien, j'ai proposé de l'appeler un moment de *schématisation* (mathématique). C'est à son propos que se posent la plupart des problèmes épistémologiques difficiles.

(i) Par schématisation le *sémantisme* des concepts théoriques fondamentaux (des catégories) de la théorie se convertit en un univers *d'objets et de structures mathématiques spécifiques* pouvant servir de modèles aux phénomènes dans leur diversité. Faire droit aux concepts théoriques c'est les transformer en sources de *modèles*. Et pour ce faire les mathématiques sont *indispensables*. Par leur générativité propre, elles constituent en effet la seule discipline connue possédant le privilège insigne de pouvoir convertir des contenus en univers d'objets explicitement construits. Sans schématisation mathématique on se trouve réduit soit à des modèles inductifs, sans contenu conceptuel propre, qui idéalisent les phénomènes observés, soit à des modèles conceptuels, sans générativité interne, qui se bornent à réduire la diversité empirique à l'unité conceptuelle.

(ii) La schématisation mathématique permet de redéployer une *diversité* associée au sémantisme des concepts sans y être pourtant incluse (Kant a été le premier à comprendre ce point essentiel). A travers la traduction qu'elle opère, la reconstruction rationnelle des objets théoriques devient la source d'une diversité formelle *construite* que l'on peut comparer à la diversité empirique *donnée* (problème de la confirmation/réfutation des modèles).

(iii) En tant que moment interprétatif, la schématisation *n'est pas* inductivement décidable (c'est la grande erreur de l'empirisme logique et du néo-positivisme que de l'avoir cru). Rendant les théories conceptuelles-descriptives hypothético-déductives, elle procède elle-même d'un mouvement *abductif*. C'est pourquoi il est nécessaire de penser le rapport *applicatif* des mathématiques à la réalité autrement que de façon simplement *dénotative*. Car l'applicabilité comporte un aspect proprement théorique qui est précisément celui de l'engendrement de modèles et de la déduction de conséquences *à partir des concepts primitifs indéfinissables*. Certes, elle comporte également un autre aspect, celui de la méthode expérimentale. Mais la responsabilité de l'élaboration d'une *méthode expérimentale* appropriée à une certaine région de phénomènes n'incombe pas aux théoriciens de la formalisation.

Evidemment, l'on ne peut qu'être d'accord avec Marc Barbut quand il critique les théories qui "ne fournissent pas de moyen de *mesurer* l'adéquation de la théorie aux faits qu'elle est censée représenter". Mais il faut bien voir que ce n'est qu'exceptionnellement, dans certaines théories très particulières, que l'applicabilité débouche sur des possibilités effectives de mesure quantitative. Tel est le cas en physique où la schématisation géométrico-différentielle des concepts de base et des principes (continuité, invariance et covariance, symétrie, causalité, inertie, moindre action, etc...) conduit à des équations dont les solutions possèdent de fortes propriétés *d'analyticité* (ce qui permet la mesure et la prédiction). Mais il ne s'agit là que d'un miracle régional. D'autres schématisations, parfaitement licites, peuvent conduire à une applicabilité *structurale* qui ne peut devenir quantitative faute d'une méthode expérimentale appropriée. Pensons par exemple aux réseaux d'automates modélisant les réseaux neuronaux ou le niveau subsymbolique du paradigme néoconnexionniste. Il n'incombe pas au théoricien de ces modèles de développer les méthodes de scanner ou de résonance magnétique nucléaire (et tant d'autres encore à venir) qui permettront peut-être un jour d'y voir plus clair dans la boîte noire cérébrale.

4. J'aimerais en conclusion insister sur le fait qu'une schématisation réussie est extrêmement *rare*, qu'elle représente toujours une performance rationnelle remarquable et que ses conséquences sont en général profondes et à longue portée. Elle conduit en particulier à l'apparition de *solidarités imprévues* entre des domaines de réalité considérés jusqu'à elle comme phénoménologiquement *disjoints*.

Pensons par exemple à la "révolution" cognitiviste qui s'est développée depuis une quinzaine d'années à l'intersection de la linguistique formelle, de l'informatique théorique, de l'IA et des neurosciences. La compréhension théorique et mathématique de processus computationnels et inférentiels généraux (largement indépendants de la nature du substrat matériel, du "hardware") a permis de définir une nouvelle *région ontologique* regroupant des domaines phénoménologiques considérés jusque là comme relevant d'ontologies régionales différentes.

Pensons de même à la "révolution" issue de l'élaboration de modèles mathématiques *morphodynamiques*. La possibilité de schématiser topologiquement et dynamiquement les concepts fondamentaux du *structuralisme* à travers les *mêmes* mathématiques que celle qui permettent de modéliser les phénomènes d'(auto)organisation morphologique, de structuration qualitative (spatiale ou temporelle), de rupture de symétries ou de conflit d'équilibres dans les systèmes complexes, cette possibilité a permis de complètement transformer notre conception des rapports entre sciences naturelles et sciences humaines.

Mais je ne veux pas trop prêcher pour mes saints et j'arrête donc ici ces quelques remarques..