Commentaire de l'article de René Thom "Une mathématique du continu est-elle possible ?" *

Jean Petitot

21 octobre 2020

1 Commentaire

Ce court article fait partie des textes où René Thom parle du continu et affirme sa priorité mathématique, psychologique, philosophique et même métaphysique.

La première partie n'a besoin, nous semble-t-il, d'aucun commentaire. En revanche la seconde, qui se focalise sur la continuité des concepts, fait référence à tout un ensemble d'idées "biolinguistiques" particulièrement difficiles. À travers une analogie entre un concept et un être vivant, elle se focalise sur la structure interne de la *compréhension* du concept dans le cadre d'une théorie générale de la régulation. Nous conseillons au lecteur de se référer à l'article de 1980 "Prédication et grammaire universelle" [1] ainsi qu'à ses commentaires et notes qui donnent des informations supplémentaires.

Il faut noter que, sur ce problème, Thom se sentait très proche de Riemann, lui-même inspiré par le psychologue et philosophe Johann Friedrich Herbart (1776-1841). Dans "L'antériorité ontologique du continu sur le discret" [2], il reprend "la définition magnifique (bien que peu connue) du parallélisme psycho-physiologique que Bernhard Riemann nous a léguéé dans son opuscule philosophique : "*Quand nous pensons une pensée, la signification de cette pensée est la forme du processus neuro-physiologique sous-jacent*" (souligné par lui).

Les textes philosophiques de Riemann se trouvent dans les *Gesammelte mathematische Werke und wissenschaftlicher Nachlass* édité en 1892 par Richard Dedekind et Heinrich Weber (Teubner, Leipzig). Ils sont particulièrement intéressants. Les liens entre Riemann et Herbart sont assez étroits : Riemann se

* *Langage et pensée mathématiques*, 299–307, Centre Universitaire de Luxembourg, 9–11 juin 1976

1. "Prédication et grammaire universelle", *Fundamenta Scientiae* 1 (1980) 2334.
2. "L'antériorité ontologique du continu sur le discret", in J.M. Salanskis et H. Sinaceur (éd.), *Le Labyrinthe du continu*, Colloque de Cerisy, 11–20 septembre 1990, Springer, Paris, 1992, 137–143.

disait herbartien en psychologie et en épistémologie tout en ne partageant pas complètement son ontologie continuiste ("synéchologique" [3]). Une analyse, utilisant des inédits du *Nachlass* de Göttingen, est celle d'Ehrad Scholtz "Herbart's influence on Bernhard Riemann" (*Historia Mathematica*, 9 (1982) 413-440). Un des concepts clés de Herbart était celui de "continuierliche Reihenformen", c'est-à-dire de classes de représentations pouvant varier de façon continue, chacune entretenant une "fusion graduée" ("abgestufte Verschmelzung") avec ses voisines. On dirait aujourd'hui que ces représentations sont paramétrées par une variété. Herbart soutenait ainsi la possibilité de *géométriser* énormément de classes d'entités non spatiales en soi. Il y avait pour lui quantité d'espaces et de continua qualitatifs (d'où d'ailleurs sa critique de Kant). Riemann ne partageait pas cette "synéchologie' générale mais, en revanche, il l'appliqua à l'intérieur des mathématiques en géométrisant avec sa notion de variété des structures a priori non géométriques comme des structures algébriques ou analytiques.

* *
*

Contextualisons très brièvement le rapport de Thom au continu et sa participation à l'un des plus grands et plus anciens débats (millénaire) de l'histoire des mathématiques. Comme il l'explique dans "L'antériorité ontologique du continu" (le titre parle de lui-même), son intervention au colloque de Cerisy sur *Le Labyrinthe du Continu* [4], il s'est toujours attaqué à l'arithmétisation du continu "mythe profondément ancré dans la mathématique contemporaine" depuis Dedekind. Dans une certaine mesure, Thom prend le contrepied du célèbre aphorisme de Kronecker "Dieu a créé les nombres entiers, le reste est l'œuvre de l'homme" ("Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk"). Pour lui, le continu est premier, possède une "existence immanente" et se trouve caractérisé par son "homogénéité qualitative parfaite", avant toute décomposition ensembliste en points, toute topologie, toute métrique et toute structure algébrique. Thom fait partie des philosophes et/ou mathématiciens qui, depuis Aristote, défendent le "synéchisme" comme conception *non compositionnelle* du continu. Les points du continuum apparaissent comme des discontinuités le séparant en deux (Thom aimait reprendre à ce propos l'affirmation d'Aristote "l'entéléchie sépare" [5]).

Beaucoup de mathématiciens et de philosophes des mathématiques (Peirce, Poincaré, Natorp, Veronese, Enriques, Weyl, Brouwer, Cavaillès, etc.) et/ou de phénoménologues et de psychologues (Herbart, Brentano, Stumpf avec le concept de "Verschmelzung", Husserl, les gestaltistes, etc.) ont développé des

3. "Sunéchés" est le teme grec pour "continu".

4. Se référant à Leibniz et au "labyrinthe", Jean Cavaillès considérait que "le problème du continu reste, comme au temps de Leibniz, une "croix" ou la croix de la philosophie mathématique" (*Transfini et Continu*, p. 255).

5. Il s'agit du passage de la puissance, du potentiel, du virtuel ("dynamis") à l'acte ("energeia" lorsque le processus d'actualisation est en cours et "entelechia" lorsqu'il est achevé et complet).

points de vue analogues selon lesquels le continu est intuitif, non compositionnel, ses “points” étant en puissance, non individués et non exactement localisés.

Par exemple, Kant, dès la *Dissertation* de 1770 et dans beaucoup d’autres textes, a insisté sur le fait que l’espace et le temps sont des grandeurs continues et que “une grandeur est continue quand elle n’est pas composée d’éléments simples” (AK II 399), que “le simple, dans l’espace, n’est pas une partie, mais une limite” (AK II 404). “Limite” signifie ici “bord” et “frontière” (“Grenze”) et, comme un bord ne peut pas ontologiquement précéder ce dont il est le bord, il est contraire à l’intuition de considérer le continu comme un ensemble de points-bords.

On sait d’ailleurs que l’élaboration d’une bonne théorie ensembliste du continu soulève des problèmes formidables comme celui de l’hypothèse du continu. Déjà Pierce pensait que la puissance du continu était un cardinal inaccessible et était même sans doute trop inépuisable pour être un cardinal. Les travaux sur l’hypothèse du continu et les hypothèses de grands cardinaux (Gödel, Ulam, Martin, Steel, Solovay, Woodin, Dehornoy, etc.) témoignent de la difficulté considérable du problème.