

Centenaire de René Thom
IHÉS, 20-22 septembre 2023

Trois remarques sur les modèles morphologiques de René Thom

Jean Petitot
CAMS, EHESS, Paris
jean.petitot@ehess.fr

21 septembre 2023

Je remercie beaucoup les organisateurs, en particulier Jean-Pierre Bourguignon et Marc Chaperon, de m'avoir proposé d'intervenir. C'est une grande émotion et un grand plaisir de pouvoir rendre hommage à René Thom qui fut l'un de mes principaux maîtres et dont la pensée a été à l'origine de la plupart de mes recherches.

Les années de proximité avec René Thom furent pour moi une trentaine d'années magiques avec une suite ininterrompue de séminaires inouïs (en particulier ceux du samedi matin à l'IHÉS), de colloques passionnants et de discussions inoubliables. Que de souvenirs avec nombre de personnes ici présentes.

En ce qui me concerne un grand souvenir est l'organisation du Colloque de Cerisy *Logos et théorie des catastrophes* de 1982.
www.ccic-cerisy.asso.fr/thomprg82.html

COLLOQUE  DE CERISY

Logos et Théorie des Catastrophes

A PARTIR DE L'ŒUVRE
DE RENÉ THOM



P A T I Ñ O

2. Introduction

J'ai beaucoup travaillé sur les applications interdisciplinaires des modèles de René Thom (phonétique structurale, syntaxe actantielle, phénoménologie de la perception visuelle, architectures fonctionnelles en neurosciences, etc.) et les multiples et délicats problèmes philosophiques qu'elles soulevaient.

Parmi les nombreux thèmes que je pourrais aborder, j'ai sélectionné trois remarques sur le *statut* des modèles dynamiques morphologiques.

1. Une remarque d'histoire des sciences concernant leurs relations avec les modèles de réaction-diffusion.
2. Une remarque philosophique sur leur lien avec la conceptualité aristotélicienne de l'hylémorphisme.
3. Une remarque sur l'implémentation neuronale de certaines structures géométriques ayant intéressé René Thom en perception visuelle.

PREMIÈRE REMARQUE

5. Un art des modèles

Le sous-titre de *Stabilité structurelle et Morphogenèse* (SSM) est explicite : *Essai d'une théorie générale des modèles* et Thom a souvent insisté sur le fait que la théorie des catastrophes est un “art des modèles” :

“Ce que nous apportons ici, c'est non pas une théorie scientifique, mais bien une méthode.”

“Nos méthodes (...) conduiront à un art des modèles.”
(SSM, p. 324)

6. Espace interne / espace externe

Les modèles morphologiques reposent sur un *dédoublément* de l'espace permettant de décrire le phénomène considéré.

- Il y a un espace externe W où l'on observe une morphologie définie comme un système de discontinuités qualitatives K ,
- et il y a un espace interne M sur lequel sont définies des dynamiques internes X_w paramétrées par W .

L'hypothèse de base est que la morphologie externe K est induite par les bifurcations et les conflits d'attracteurs des dynamiques internes.

Dans le cas des dynamiques de gradient f_w les déploiements universels de singularités d'applications différentiables deviennent des modèles locaux prototypiques (que Thom appelait les modèles "statiques").

7. Transitions de phases

L'exemple le plus simple et le plus typique est celui des transitions de phase :

- W est l'espace des contrôles (T, P) ,
- la variable interne est V ,
- la dynamique interne est le potentiel thermodynamique $\Phi_{T,P}(V)$,
- l'équation d'état $f(T, P, V) = 0$ est la surface Σ des extrema de $\Phi_{T,P}(V)$,
- la morphologie K est le diagramme de phases contour apparent de Σ sur le plan (T, P) .

Le point critique (au sens physique) est un cusp (équation de Van der Waals).

Cela suppose que le potentiel thermodynamique $\Phi_{T,P}(V)$ est encore différentiable au voisinage du point critique (ce qui est une hypothèse non valide).

Cf. l'article "Phase transitions as catastrophes" (1972) du volume III des OC et au long commentaire que j'ai rédigé avec Marc Chaperon.

On pourrait dire que Thom et Zeeman ont pensé de nombreux phénomènes comme des phénomènes critiques de transitions de phases.

Cela est très net chez Zeeman par exemple pour ses modèles comportementaux en éthologie (agression/fuite d'un chien menacé).

Mes modèles de phonétique (catégorisation des phonèmes) étaient de ce type. Les états internes sont les “masses formantielles” (les pics du spectre harmonique du son vocal convolués par une gaussienne) et les paramètres externes sont les contrôles articulatoires contrôlant la forme des résonateurs du tractus vocal. La perception phonétique est “catégorielle” au sens où il existe des sauts catastrophiques du phonème perçu lorsque les contrôles articulatoires traversent des valeurs critiques.

Cf. jeanpetitot.com/ArticlesPDF/Petitot_Jakobson.pdf

10. La notion primitive de phénomène comme morphologie

Mais les modèles proprement morphologiques de Thom, sont des modèles dont l'espace externe W est *l'extension spatiale* elle-même du substrat matériel sur lequel on observe une morphologie ou un pattern.

Thom traite l'extension spatiale W , et donc la *position spatiale*, comme un *contrôle* pour des dynamiques internes modélisant la physique-chimie-biochimie du substrat.

Il s'agit d'une hypothèse très forte, d'un "codage positionnel" des dynamiques internes.

Dès ses premiers articles (par exemple “A dynamical theory for morphogenesis”, Symposium de Katada, 1967, publié en 1968), Thom définit un phénomène naturel dans un domaine spatial W par l’opposition entre

(i) les points phénoménologiquement “réguliers” au voisinage desquels le substrat est localement *homogène*, et

(ii) les points phénoménologiquement “singuliers” au voisinage desquels le substrat est rendu localement *hétérogène* par des discontinuités qualitatives.

Soulignons que dans cette définition l’extension spatiale W est *quelconque*. Elle n’est pas individuée par un bord stabilisé par des processus de régulation.

Au début de “Une théorie dynamique de la morphogenèse” (1966/68), il explique que

“le propre de toute forme, de toute morphologie, est de s’exprimer par une discontinuité des propriétés du milieu.”

Cette définition thomienne du concept *primitif* de “phénomène” est en résonance avec plusieurs autres.

13. Phénoménologie (Husserl)

Dans la troisième *Recherche Logique* (1900-1901) Edmund Husserl explique que tout phénomène sensible est un remplissement (*Erfüllung*), un recouvrement (*Überdeckung*) de l'extension spatiale par des qualités sensibles.

La saillance phénoménale (*phänomenale Abhebung*) vient d'une segmentation par des frontières séparant des régions fusionnées (*Verschmelzung*) par des discontinuités qualitatives (*Sonderung*).

Pour des précisions, cf. par exemple
jeanpetitot.com/ArticlesPDF/Petitot_D&R.pdf

14. Cognition visuelle (Grossberg)

Beaucoup de spécialistes de la perception (par ex. Stephen Grossberg) ont expliqué que la perception de scènes avec des objets passe par des algorithmes neuronaux compliqués de segmentation (“splitting”), par la construction de contours discontinus détachant les objets du fond et définissant des régions homogènes (“merging”) remplies de qualités sensibles (“filling-in”).

15. Algorithmes de segmentation (Mumford-Shah)

Il existe une foule d'algorithmes (plus d'un millier) pour segmenter un signal bruité sur un domaine W en régions homogènes W_i séparées par un système K de discontinuités. Mais d'une façon ou d'une autre, comme l'a noté Jean-Michel Morel

“most segmentation algorithms try to minimize [...] one and the same segmentation energy.”

Un des algorithmes les plus connus est celui de David Mumford et Jayant Shah (spécialiste de vision computationnelle). Ils partent de l'idée qu'il faut optimiser un processus variationnel

“for splitting and merging different parts of the domain W ”.

Ils minimisent une fonctionnelle énergie $E(u, K)$ qui comprend trois termes :

$$E(u, K) = \int_{W-K} |\nabla u|^2 dx + \lambda \int_W (u - I)^2 + \mu \int_K d\sigma.$$

- 1 un terme qui mesure la variation et contrôle la régularité de u sur les ouverts que sont les composantes connexes W_i de $W - K$,
- 2 un terme qui contrôle la qualité de l'approximation de I par u ,
- 3 un terme qui contrôle la longueur, la régularité, la parcimonie et la localisation des bords K , et inhibe les phénomènes de sur-segmentation (en segmentant en région assez petites on peut approximer I aussi bien que l'on veut).

Ce problème est difficile parce que c'est un problème de "bord libre" ("free boundary problem"), K n'étant pas donné au départ. (Cf. les travaux de Luigi Ambrosio, Alexis Bonnet, Guy David, Stephen Semmes, ...).

18. Modèles réalistes

La convergence avec la définition thomienne est claire. Mais par définition un phénomène a un versant subjectif et un versant objectif.

Et si l'on s'intéresse non plus à la perception ou aux signaux et aux images (versant subjectif), si l'on pense les phénomènes morphologiques comme objectifs dans une optique *réaliste* (ce qui est le cas de Thom) alors on se heurte à un problème conceptuel et théorique difficile.

Il faut en effet corréliser cette phénoménologie morphologique "externe" à la physique-chimie-biochimie "interne" du substrat matériel.

Revenons aux articles “princeps” comme “Une théorie dynamique de la morphogenèse” (1966-1968) concernant la biochimie de la différenciation cellulaire. Thom suppose

(i) qu’il existe dans le substrat des substances s_j de concentrations respectives c_j ,

(ii) que les concentrations c_j évoluent selon des dynamiques internes qui sont celles (fortement non linéaires) de la cinétique chimique : $\frac{dc_j}{dt} = X_j(c_j)$,

(iii) qu’on peut “localiser” ces réactions biochimiques internes relativement à l’extension spatiale W du substrat. C’est l’hypothèse fondamentale.

Il suppose donc que les c_i sont des fonctions $c_i(w, t)$ du temps et de la position $w \in W$ dans le substrat et il introduit sa toute première équation :

$$\frac{\partial c_i}{\partial t}(w, t) = X_i(c_j(w, t)) + k\Delta c_i(w, t)$$

$k\Delta c_i$ = terme de diffusion, Δ = laplacien spatial, k = coefficient de diffusion.

21. Delbrück-Szilárd-Waddington

Dans une note, Thom explique que

“cette idée d’interpréter la différenciation cellulaire en terme de ‘régime stable du métabolisme’, d’attracteur de cinétique biochimique est attribuée souvent à Delbrück et Szilárd. En fait, on la trouve énoncée – sous sa forme locale, qui est la seule correcte – dans Waddington, Introduction to Modern Genetics, 1940.”

Après avoir travaillé en physique théorique jusqu’à la fin des années 1930, Max Delbrück fut l’un des fondateurs de la biologie moléculaire. Il reçut le prix Nobel en 1969.

Après avoir collaboré au projet Manhattan, Leó Szilárd se tourna également vers la biologie moléculaire en 1947.

Le texte de Conrad Waddington cité par Thom est en fait de 1939 et est suivi de près par l'ouvrage *Organizers and Genes* de 1940. Sara Franceschelli a commenté les échanges épistolaires entre Thom et Waddington.

Je me souviens de ces échanges que j'ai eu la chance de suivre.

L'équation de Thom est une équation de *réaction-diffusion* analogue à celle introduite par Alan Turing dans son article de 1952 sur la morphogenèse "The Chemical Basis of Morphogenesis".

La proximité entre l'article de Turing de 1952 et celui de Thom de 1966 est intéressante.

Les références aux maîtres de la morphogenèse sont les mêmes : D'Arcy Thompson ("On Growth and Form", 1942), Charles Manning Child ("Patterns and problems of development", 1941), Waddington.

Le problème traité est analogue. Turing le formule ainsi en 1952 :

"It is suggested that a system of chemical substances, called morphogenes, reacting together and diffusing through a tissue, is adequate to account for the main phenomena of morphogenesis."

L'année d'après (1953), il le précise :

"It was suggested in Turing (1952) that this might be the main means by which the chemical information contained in the genes was converted into a geometrical form."

Le problème est donc bien de savoir comment une structuration *spatiale* “*externe*” (une forme) peut émerger de réactions *biochimiques* “*internes*” génétiquement contrôlées.

Turing explique lui aussi la formation de patterns par les réactions chimiques internes et la modélise par des équations de réaction-diffusion qu’il étudie numériquement au moyen des calculateurs qu’il avait lui-même inventés.

Son équation de base est :

$$\frac{d\Gamma_m}{dt} = \mu_m \nabla^2 \Gamma_m + f_m(\Gamma_1, \dots, \Gamma_M)$$

Γ_m = concentrations de M morphogènes, $\nabla^2 = \Delta$, μ_m = coefficients de diffusion, f_m = équations de cinétique chimique.

À comparer à

$$\frac{\partial c_i}{\partial t}(w, t) = X_i(c_j(w, t)) + k\Delta c_i(w, t)$$

Ce sont apparemment les mêmes équations, et pourtant...

On sait qu'avec les équations de réaction-diffusion on peut obtenir des patterns d'une complexité et d'une diversité inouïes : ondes spirales en chimie, patterns des coquilles et de la peau (taches, rayures) chez les animaux, etc.

Mais cela est fondamentalement lié aux *différences* entre les coefficients de diffusion μ_m qui engendrent des patterns.

C'est très bien expliqué dans les articles. Les équations de stabilité montrent que la diffusion ne peut impliquer une instabilité que si les coefficients de diffusion μ_m sont assez différents.

Si les μ_m sont égaux il n'y a pas de morphogenèse.

J'ai commenté en détail le texte de Turing dans un article de 2015, "Complexity and self-organization in Turing", arXiv :1502.05328.

Chez Thom le $k\Delta c_i$ n'est pas un $k_i\Delta c_i$. Il évince la diffusion et la remplace par la stabilité structurelle. La différence entre Turing et Thom est donc très précise :

- Chez Turing, la dynamique interne est partout la même mais les coefficients de diffusion sont différents et c'est la diffusion spatiale comme processus de transport qui produit les instabilités et les patterns.
- Chez Thom, il n'y a pas de diffusion mais l'espace externe paramétrise les dynamiques internes qui varient et peuvent devenir instables et sa polarisation guide les déploiements d'instabilités qui produisent les morphologies.

Thom visait des phénomènes plus profonds que les patterns, en particulier ceux de l'embryogenèse.

Ses modèles sont des modèles dynamiques lents/rapides avec des dynamiques internes rapides pour la cinétique chimique (le métabolisme) et des dynamiques externes lentes correspondant à des champs morphogénétiques.

A ma connaissance, Thom n'est jamais vraiment revenu aux équations de réaction-diffusion.

Pour la publication des OC, Marc Chaperon a eu la bonne idée de reprendre la liste des séminaires de Thom.

Stephen Smale est intervenu dans les “Journées sur la Théorie des Catastrophes et la Morphogenèse” des 25-28 septembre 1972 sur “Turing's equations and Morphogenesis”.

Je lui ai écrit pour lui demander s'il avait parlé des modèles de Turing avec Thom mais il n'en a pas le souvenir. Cela semble indiquer que Thom ne s'est pas considéré être dans lignée de Turing.

Peu de spécialistes se sont intéressés à la comparaison des deux types de modèles mais j'aimerais citer des réflexions de Grégoire Nicolis (avec J.F.G Auchmuty) en 1974 qui souligne bien la divergence :

"In Thom's theory the explicit influence of diffusion in the equations of evolution of chemical systems is neglected. Instead only the parametric dependence of the local reaction rates on the spatial position is taken into account."

Mais il souligne aussi la convergence des deux points de vue :

"However, in both our analysis and in Thom's theory one observes qualitatively different solutions of systems of nonlinear differential equations in different regions of a parameter space and these qualitatively different solutions describe the morphology of the system."

En 1973-1974, Yoram Schiffmann (spécialiste de Turing) a discuté le problème et tenté d'unifier les deux modèles en introduisant des potentiels dans les équations de réaction-diffusion. Il m'a écrit

"I was very excited about it. (...) Beyond that I did not pursue it as I immersed myself in trying to identify the Turing instability in real biology. "

Schiffmann, Y., "Potentials in Chemical Systems Far from Thermodynamic Equilibrium : The Reduction of Reaction-Diffusion Systems to Catastrophe Theory", *Progress in Theoretical Biology*, 6, (1981), 1-21.

DEUXIÈME REMARQUE

34. La querelle du déterminisme

La TC souleva tout un ensemble de controverses.

La controverse des années 1980 donna lieu au dossier *La querelle du déterminisme* édité en 1990 par l'historien Krzysztof Pomian (très proche de Thom) dans la collection *Le Débat* chez Gallimard.

Je signale que le physicien et sociologue des sciences Emanuel Bertrand vient de publier un livre (*Extension du domaine de la thermodynamique. Anatomie d'une controverse*, Classiques Garnier 2023) sur *La Nouvelle Alliance* d'Ilya Prigogine et Isabelle Stengers.

Le chapitre "Une controverse à propos du déterminisme" (pp. 185-236) reprend la controverse Prigogine - Thom - Danchin - Atlan - Morin avec les clarifications de David Ruelle, Ivar Ekeland, Jean Largeault, Stefan Amsterdamski et moi-même.

J'ai participé au débat mais je ne vais pas y revenir car il s'agit d'une antinomie rationnelle (ce que Thom appelait une "aporie fondatrice") et le propre d'une antinomie est que la thèse et l'antithèse peuvent être argumentés rationnellement à l'infini.

Cela est manifeste dans le débat. Chacun a raison et tort.

Je préfère me focaliser sur la question critique de *l'hylémorphisme*.

36. Hylémorphisme. Thom et Aristote

Thom aimait à dire que ses modèles relevaient de l'*hylémorphisme* qui est une immense tradition métaphysique depuis Aristote. Il se considérait comme un mathématicien de l'hylémorphisme.

Au cours des années, après l'*Esquisse d'une Sémiophysique. Physique aristotélicienne et Théorie des Catastrophes* (1988) et l'*Apologie du Logos* (1990), le rapport à Aristote est devenu de plus en plus profond et central.

Thom a beaucoup discuté avec des spécialistes d'Aristote comme Pierre Aubenque, Pierre Pellegrin ou Bruno Pinchard.

37. Petite bibliographie

Esquisse d'une Sémiophysique :

Chap. 6. La Dynamique aristotélicienne comme Sémiophysique.

Chap. 7. Perspectives en Biologie aristotélicienne.

Chap. 8. Perspectives aristotéliciennes en théorie du langage.

Quelques items de la *Bibliographie générale* des OC,

[248] (1990), *Homéomères et anhoméomères en théorie biologique d'Aristote à aujourd'hui*.

[267] (1991), *Matière, forme et catastrophes*.

[293] (1994), *Structure et fonction en biologie aristotélicienne*.

[308] (1995), *Biologie aristotélicienne et topologie*.

[319] (1997), *The hylemorphic schema in mathematics*.

[322] (1998), *Comment la biologie moderne redécouvre la kinésis d'Aristote*.

[324] (1999), *Aristote Topologue*. Un des derniers articles.

38. La querelle de l'hylémorphisme

L'évaluation de la portée scientifique et métaphysique des modèles thomiens n'est possible que si l'on prend la mesure de l'antinomie entre mécanisme et hylémorphisme qui s'est installée avec la mécanique classique. Certains parmi les plus grands penseurs ont toute leur vie tourné autour.

Une grande partie des débats suscités par Thom vient du fait que

(i) ses modèles ont un arrière-fond métaphysiquement hylémorphiste et que

(ii) la version "vitaliste" de l'hylémorphisme en biologie a été l'objet de querelles terribles au XIXème et a été banni, à juste titre, car il était une "hypostase" parascientifique de concepts théoriques que l'on voulait "incarner" dans le vivant à travers un obscur principe "vital".

39. La question hylé/morphé

Le débat général sur l'hylémorphisme est métaphysique mais il a un aspect assez technique quand on le considère comme la question du lien entre la géométrie des morphologies (“morphé”) et la physique de la matière (“hylé”) *après* l'apparition des sciences galiléennes-newtoniennes au XVIIème.

Le cas de Leibniz est exemplaire : selon lui, le triomphe de la mécanique des forces (dont il fut l'un des principaux inventeurs) et le pan-mécanisme associé rendait incompréhensible toute dynamique des formes.

Selon lui, celle-ci ne pouvait pas se passer de concepts néo-aristotéliens comme ceux d'“entéléchie” ou de “forme substantielle”.

- Energeia : processus de passage de la puissance à l'acte,
- Entéléchie : la réalisation-actualisation complète, achevée (entéléché) . Aristote parle de "l'entéléchie d'un corps organisé et soumis aux lois de la nature".
- Forme substantielle (quiddité) : l'essence d'un objet, son principe d'individuation.

L'individuation des êtres organisés pose un problème beaucoup plus difficile que l'apparition de morphologies.

Thom y a consacré de nombreuses réflexions.

Je n'en parlerai pas ici et je me limiterai au problème plus simple des morphologies.

Comme le disait Leibniz, dans la conception mécaniste (de l'époque), seules “la figure, la grandeur et le mouvement” (i.e. les trajectoires mécaniques) sont objectifs au sens de phénomènes physiques mathématisables (équations différentielles).

Pour le physicalisme atomiste (de l'époque) les corps du monde sensible ne sont pas des “substances composées” mais seulement des agrégats dont l'unité et l'individuation ne sont que mentales et nominales.

Elles résultent de la perception et du langage qui découpent dans la réalité des unités phénoménales. Ce ne sont que des *apparences* “bien fondées”.

Bref, ce ne sont que des *phénomènes* (dans le sens d'apparences subjectives) sans contenu ontologique propre.

La phénoménalisation externe n'émerge pas de la physique interne mais est produite par le sujet.

Mais ce nominalisme est difficilement tenable. Les formes sont partout dans la nature et objectives. Mais d'une objectivité de quel type ?

Peut-on, comme le demandera plus tard Kant dans la *Critique de la Faculté de Juger* (1790) envisager, un jour, "un Newton du brin d'herbe" ? Pour Kant la réponse était négative :

"Nous sommes incapables de connaître, avec nos principes mécaniques simplistes, les êtres organisés".

Rappelons que Kant, qui avait écrit la plus profonde analyse philosophique de la relativité galiléenne et de la mécanique newtonienne dans les *Premiers principes métaphysiques de la science de la nature* (1786), a jugé nécessaire d'écrire une troisième Critique, la *Critique de la Faculté de Juger* (1790), pour théoriser l'antinomie de l'organisation.

Et, pour lui, les affinités chimiques étaient dans la même situation.

Or, dans une lettre du 2 février 1706 à au R.P. Des Bosses Leibniz explique (c'est une citation que je rappelle souvent) :

“outré la figure, la grandeur et le mouvement, il faut admettre des formes au moyen desquelles la différence des apparences surgisse dans la matière, formes qu'on ne peut intelligiblement chercher, me semble-t-il, qu'à partir des entéléchies.”

Si, dans une perspective *réaliste*, l'on pense que les corps sont des *substances* composées qui possèdent un répondant ontologique *per se*, alors il faut comprendre comment la matière peut s'organiser morphologiquement.

Il faut résoudre le problème *méréologique* tout/parties, et, d'une façon ou d'une autre, refaire droit à une sorte d'hylémorphisme.

Pour ceux que ce sujet intéresse, je signale que dans son ouvrage de référence de 1986 sur l'œuvre de Leibniz, *Architectonique disjonctive*, l'éminent leibnizien André Robinet a analysé la suite ininterrompue de tentatives faites par Leibniz pour comprendre le problème morphologique et les processus d'(auto)-organisation de la matière.

- En 1695, Leibniz introduit dans le *Système nouveau de la Nature* le concept de forces primitives internes (différentes des forces mécaniques externes dites alors “dérivées”).
- A partir de 1696, la théorie monadologique reprend le problème.
- Entre 1712 et 1716, principalement dans la correspondance avec le R.P. Des Bosses, le “vinculum substantiale” reprend encore une fois le problème.

Robinet résume ainsi le problème insurmontable que se posait Leibniz : comment les corps matériels peuvent se *manifester* phénoménalement, comme systèmes de “discontinuités observées dans la matière-étendue” (p. 29).

J'ai commenté cet ouvrage en relation avec la pensée thomienne dans le Colloque du Centre de Cerisy sur *L'actualité de Leibniz* (1999).

jeanpetitot.com/ArticlesPDF/Petitot_Leibniz_Robinet.pdf

Leibniz pointe ce qu'on appellerait aujourd'hui un "explanatory gap".

Il y en a d'autres dans l'histoire plus récente des sciences.

- Par exemple celui entre microphysique atomiste et thermodynamique,
- ou celui des affinités chimiques,
- ou aujourd'hui l'explanatory gap entre neurosciences et conscience, un "hard problem" (comme dit David Chalmers) qui domine en partie la philosophie des sciences cognitives.

Pour l'hylémorphisme à la Leibniz, l'obstruction conceptuelle à d'abord trait à *l'espace*.

- La partie “hylétique” (matérielle, physique) peut être décrite comme un processus mécanique dans son espace de variables propres.
- La partie “morphique” est un système de discontinuités qualitatives dans l'extension spatiale du substrat.

Mais les deux espaces ne peuvent pas être les mêmes. Il faut *dédoubler* l'espace entre la partie physique objective interne et la partie morphologique phénoménale externe et, surtout les *corrélér* entre eux avec un *principe de raison suffisante approprié*. C'est le plus difficile.

Quel principe de raison ?

On voit comment l'idée thomienne de déployer des instabilités de dynamiques internes physiques, chimiques, biochimiques, dans l'étendue spatiale externe du substrat pour y engendrer des discontinuités phénoménales est une voie de sortie de l'obstruction.

L'idée thomienne de *déploiement* des instabilités des dynamiques internes modélise le processus dynamique de passage *de la puissance à l'acte* à partir du principe de raison de *stabilité structurelle*. Pour les morphologies

- La puissance est la singularité instable comme “centre organisateur”
- et l'acte est le déploiement (universel) (W, K) comme stabilisation partielle (ou complète).

La stabilisation des instabilités est *morphogène* dans un espace de déploiement propre qu'on identifie à l'étendue du substrat, ce qui permet de comprendre le dédoublement entre espace interne (physique) et espace externe (morphologie).

En quelque sorte : *le déploiement est l'entéléchie de la singularité.*

54. Destins de l'hylémorphisme

Dans sa version “vitaliste” (que Thom soutenait parfois), la conception hylémorphiste a progressivement disparu en biologie.

Mais le nœud du problème (l’“explanatory gap”) est resté, à savoir celui de “l’information positionnelle”, c’est-à-dire du rapport, dans l’embryogenèse, entre *position* et *programme morphogénétique de développement*.

Je ne suis pas biologiste mais j'ai l'impression que, depuis la découverte dans les années 1970 par Edward Lewis puis Walter Gehring (1983) du "codage positionnel" par des homéogènes, la biologie évolutive du développement a commencé à sortir de cette aporie.

Des homéoprotéines semblent pouvoir *diffuser* et se comporter comme des "morphogènes" et comme le dit Alain Prochiantz (leçon inaugurale au Collège de France (2007) :

"(cela) fournit une réponse possible à la question du lien entre position cellulaire et engagement d'un programme de différenciation."

56. Hylémorphisme et structuralisme

L'hylémorphisme a disparu en biologie mais il a subi une "bifurcation" vers le structuralisme sémio-linguistique et l'esthétique à travers la *Morphologie* goethéenne.

La Morphologie se voulait être une théorie générale des structures organisées et recouvrait à la fois la botanique (*Essai sur la Métamorphose des plantes*, 1790) et la structure des œuvres d'art (célèbre texte sur le *Laocoon*, 1798, que je considère comme le premier texte structuraliste, cf. jeanpetitot.com/ArticlesPDF/Petitot_Laocoon.pdf).

Cette généalogie est nette chez Roman Jakobson et Claude Lévi-Strauss.

Dans les disciplines sémio-linguistiques l'hylémorphisme pose moins de problèmes parce que, depuis Saussure, Hjelmslev, Greimas et beaucoup d'autres, la hylé est la "matière du sens" conçue comme une substance du contenu primitive et amorphe, alors que la morphé est la "forme du sens" conçue comme une syntaxe structurale qui l'article.

Dans ma thèse, j'ai essayé de donner une version thomienne de cet hylémorphisme structuraliste. (Thom était le président du jury, Greimas le directeur et il y avait aussi Eco et Culioli).

Puis j'ai essayé de repenser ce structuralisme dynamique en termes de neurosciences. Cela a donné l'ouvrage *Physique du Sens* (Éditions du CNRS, 1992) où "physique" est une "neurophysique".

Ce néologisme fut précisé ensuite par Thom avec le concept de "sémiophysique" où "physique" est une "physique aristotélicienne".

TROISIÈME REMARQUE

60. La notion de cut locus

De nombreuses fois Thom a proposé des remarques et des modèles dans des domaines relevant de la perception. J'aimerais maintenant en donner un exemple.

J'ai choisi le *cut locus* K d'une forme 2D (le contour régulier Γ d'un objet A).

Le cut locus est aussi appelé l'axe de symétrie généralisé ("medial axis") ou "squelette" du contour.

62. Thom et Harry Blum

René Thom appréciait beaucoup la façon dont le grand spécialiste de la perception Harry Blum avait fait du cut locus une information essentielle pour la *préhension* de l'objet

(voir par exemple "Biological Shape and Visual Science", *Journal of Theoretical Biology*, 1973).

Blum part du fait de base que les contours des objets sont *perceptivement actifs* et se propagent suivant une propagation de front d'ondes.

Dans son milieu on parlait de "grassfire model".

Le cut locus est la partie "Maxwell" du lieu singulier de la propagation (l'autre partie est la caustique).

Dans son article "Perception et Préhension" (*Apologie du Logos*, p. 162), Thom explicite sa découverte de Harry Blum au début des années 1970 et comment il en discuta avec la psychologue Liliane Lurçat.

Il reprend la définition du cut locus (squelette).

"Dès que l'objet A est globalement perçu, tout se passe comme si chaque point de Γ se mettait à émettre des ondes circulaires vers l'intérieur de Γ " (AL, p.165)

En dehors de K un point $a \in A$ (i.e. interne à Γ) a une seule normale à Γ de longueur minimale. K est le lieu des points à partir desquels deux normales à Γ de longueur minimale sont en compétition. C'est un ensemble de Maxwell.

Sur K la distance $d(a)$ de a à Γ est bien définie et a des points critiques.

“le ‘codage’ de la forme A est réalisé par la donnée du cut-locus K (de ses singularités) et de la fonction $d(a)$ (et de ses points singuliers)”. (AL, p.166)

Ce “codage” est très important parce qu’il est sensori-moteur et participe aux couplages de la perception visuelle et de la motricité qui partagent le *même* espace, l’apprentissage conduisant, comme dit Thom

“à une identification de l’espace tactilo-kinesthésique de la main avec l’espace visuel” (AL, p.170)

66. Le cut locus comme ensemble de Maxwell

De façon plus précise, le cut locus d'un contour Γ est un ensemble de Maxwell. Thom l'explique en détail dans son article de 1972 "Sur le cut-locus d'une variété plongée" (*Journal of Differential Geometry*, OC III, pp.125-133, commentaires par Marc Chaperon) où il remercie Harry Blum

"dont la théorie sur la reconnaissance visuelle des formes a stimulé mon intérêt pour le cut-locus".

Avant cet article, Thom n'avait pas parlé des cut-loci. Beaucoup des caustiques mais pas des cut-loci.

Dans l'article de 1972, Thom généralise la situation des contours Γ comme plongements j_Γ du cercle \mathbb{S}_θ^1 dans \mathbb{R}^2 .

Cela revient à étudier les singularités de la fonction distance $D(c, a) = d^2(c, a)$ où $c = j_\Gamma(\theta)$ est un point de Γ et $a \in A$ un point interne à Γ (on prend $D = d^2$ pour que D reste différentiable quand $a \in \Gamma$).

On l'écrit $D_a(c)$ c étant la variable interne et a le contrôle externe.

- Quand c est point critique (on s'intéresse aux minima) de D_a , a est sur la normale à Γ en c .
- Quand a est tel que D_a a un minimum dégénéré en c , a est au centre de courbure de Γ en c (a est sur l'évolute de Γ).
- Le point a est sur K_Γ si D_a a deux minima absolus en compétition (strate de Maxwell).

68. Cut locus et contours apparents

Thom remarque que les contours Γ sont souvent les contours apparents Γ_δ d'un objet $3D$ de surface S , où δ est un point de vue (une projection sur un plan le long d'une direction, un élément d'une grassmannienne). Γ_δ est la projection du lieu critique de $\delta \upharpoonright_S$. Et il pose la question (p. 169) de savoir comment varie K_δ lorsque l'objet tourne.

Il revient sur le cut-locus dans son "bilan" de 1989 "Problèmes rencontrés dans mon parcours mathématique" (*Publications de l'IHES*, 70, actes du Colloque de 1988 organisé par Marc Chaperon, Alain Chenciner, Le Dung Trang et Robert Moussu).

Les “Problèmes sur les cut-loci” des plongements (non nécessairement convexes) $\mathbb{S}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n+1}$ en dimension $n \geq 2$ sont la troisième classe de problèmes qu’il aborde. Il cite plusieurs résultats (Weinstein, Heil, Zamfirescu) et démontre un théorème.

Si K_i est le cut-locus d’indice i (la fonction distance $d_a(c)$, $c \in \mathbb{S}^n$, $a \in \mathbb{R}^{n+1}$, a tous ses points critiques d’indice i simples et de valeurs critiques distinctes) alors K_0 (minimum) et K_n (maximum) se rencontrent.

70. Squelettisation et constituance méréologique

La squelettisation est un puissant outil *méréologique*. Elle fournit un moyen *naturel* de décomposer hiérarchiquement une forme globale A en parties.

En effet K est un ensemble d'arc K_i avec génériquement des points d'arrêt et des points triples.

Il fournit une décomposition canonique de la forme, une sorte de système de coordonnées intrinsèque et permet une "grammaire structurale" des formes.

L'une des principales critiques adressée à l'usage du cut locus pour l'analyse mérologique des formes A est qu'il est très sensible au bruit : toute petite aspérité du bord engendre une nouvelle branche de K .

Mais si l'on régularise la forme on peut éliminer ce défaut et élaguer les branches parasites ("pruning").

Une foule d'algorithmes ont été mis au point pour stabiliser le cut-locus.

72. Cut locus multi-échelle

En fait, il est intéressant d'utiliser une version *multi-échelle* du cut locus, par exemple en utilisant les algorithmes de “curve shortening” et de “flow by curvature” ou “heat flow on isometric immersions”(Michael Gage, Richard Hamilton, Matthew Grayson, Stan Osher, James Sethian, Lawrence Evans, Joel Spruck).

D'après un théorème de Grayson pour la dimension 2, ces algorithmes convexifient la forme et celle-ci converge métriquement vers un cercle dont le cut locus est trivial (réduit à un point).

Cela signifie que le K_T de la forme A se contracte sur un point via une séquence de bifurcations (fusions successives de points d'arrêt et des points multiples éliminant successivement les branches de K).

Dans son article "Perception et préhension", Thom regrette que
*"les psychologues professionnels semblent tenir cette
théorie (d'H.B.) en médiocre estime"* AL, p.162)

Mais ce qui était vrai en 1972 n'était plus vrai 10 ans après à cause

(i) d'une profonde transformation de la psychologie traditionnelle
sous l'impulsion des sciences cognitives et

(ii) des développements rapides des algorithmes de vision artificielle.

Un signe de ce tournant a été la publication en 1982 (hélas à titre posthume) de l'ouvrage *Vision* de David Marr (l'un des fondateurs de la théorie computationnelle de la vision). Les travaux pionniers de Harry Blum et le cut locus y jouent un rôle fondamental.

Depuis, de nombreux géomètres et spécialistes de la vision, David Mumford, Jan Koenderink, Steve Zucker ou James Damon ont fait de même.

C'est ainsi que, comme l'affirme Benjamin Kimia :

“the medial axis became a central concept in mathematical morphology” (p.7)

(“On the Role of Medial Geometry in Human Vision”, *Journal of Physiology-Paris*, 2003).

Ceci dit, il est essentiel de savoir si le cut-locus a une réalité *neurophysiologique* et de savoir si sa construction est une conséquence possible de l'architecture fonctionnelle des aires visuelles.

Cela n'est pas du tout évident puisque

- (i) c'est une structure *globale* et *virtuelle* ,
- (ii) qui plus est, *elle n'est pas présente* dans le stimulus sensoriel.

Le “representational gap” est immense. C'est encore un problème d’“explanatory gap”.

Il semble que le medial axis soit effectivement neurophysiologiquement réel. Des expériences permettent de le montrer.

Une des premières confirmations a été apportée par Tai Sing Lee dans un travail effectué avec David Mumford :

Lee, T.S., Mumford, D., Romero, R., Lamme, V.A.F., "The role of primary visual cortex in higher level vision", (*Vision Research*, 1998).

77. V1 comme fibration

Un mot sur l'aire primaire V1 du cortex visuel.

Il y existe des neurones (dits "simples") qui détectent une position rétinienne a et une orientation de bord p .

Ce sont des filtres *locaux* définis sur un petit domaine D de la rétine (leur champ récepteur) et ils ont un profil récepteur en dérivée de Gaussienne. Leur traitement du signal rétinien est un exemple empirique d'analyse en ondelettes orientées.

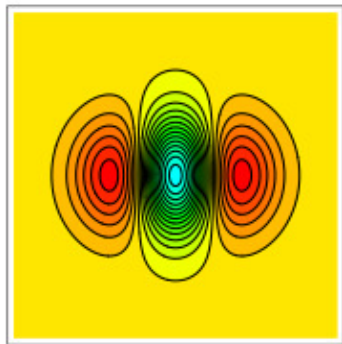
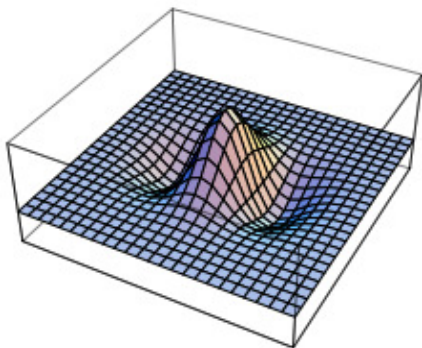


Figure: Profil récepteur d'un neurone simple de V1.

La construction corticale des contours *globaux* pose un problème fondamental et difficile d'*intégration* des détections locales.

Le système visuel le “résout” à travers une connectivité très spéciale dont l’“architecture fonctionnelle” est un miracle de l'évolution.

Il y a des connexions de deux type foncièrement différents.

D'abord celles, “verticales” de la voie rétino-géniculo-corticale qui forment un système *rétinotopique*.

David Hubel et Torsten Wiesel ont eu le prix Nobel en 1981 pour avoir montré à la fin des années 50 que les neurones détecteurs d'éléments de contact (a, p) forment une fibration (ce qu'ils ont appelé des “hypercolonnes d'orientation”) de base le champ rétinien et de fibre la variable d'orientation (que Hubel appelait une “engrafted variable”).

Voilà une représentation comme on en trouve dans d'innombrables articles de neurophysiologie de la vision.

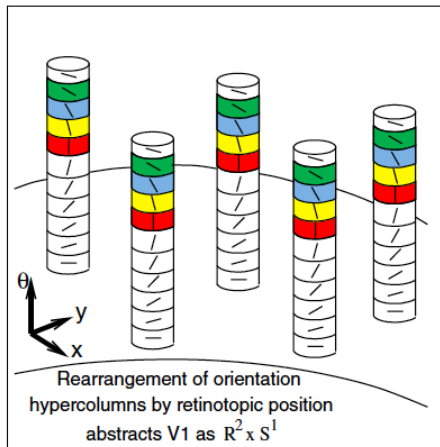


Figure: Hypercolonnes d'orientation (Steven Zucker)

Il y a aussi des connexions cortico-corticales “horizontales” de longue portée qui connectent entre elles les hypercolonnes mais en respectant un principe de “bonne continuation” :

si (a, p) est connecté à (b, q) et si b est voisin de a alors q est assez voisin de p pour qu'on puisse interpoler avec un arc de courbure assez faible.

Comme le résume très bien (1997) William Bosking du groupe de David Fitzpatrick

“The system of long-range horizontal connections can be summarized as preferentially linking neurons with co-oriented, co-axially aligned receptive fields.”

C'est ainsi que les contrastes locaux peuvent être intégrés. Il y a là une “neurogéométrie” fascinante que j'ai beaucoup étudiée.
jeanpetitot.com/ArticlesPDF/Petitot_SMF_2006.pdf

83. Retour sur Lee et Mumford

Dans les figures suivantes on considère comment des neurones simples de $V1$ dont l'orientation préférentielle est verticale répondent à des textures dont le bord est défini par une opposition d'orientation.

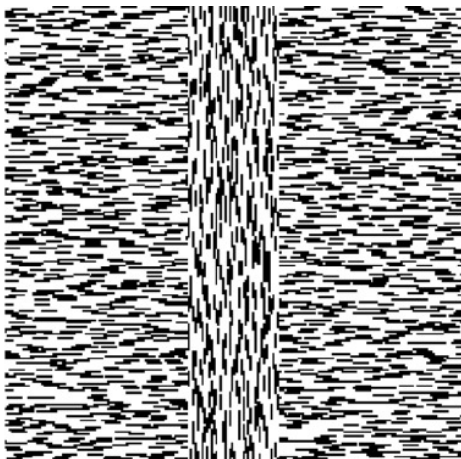
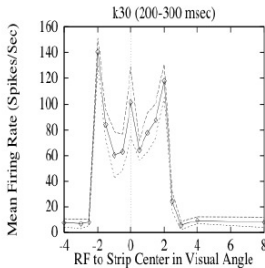
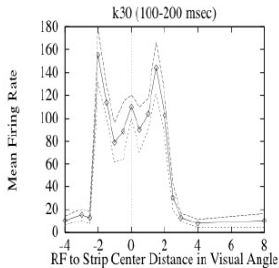
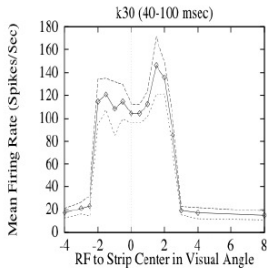


Figure: Exemple de stimulus de Lee-Mumford

Entre 40 et 100 ms la réponse précoce ne concerne que l'orientation *locale* du stimulus. Ensuite, vers 200 – 300 ms, la réponse concerne la structure perceptuelle *globale* et le cut locus est effectivement construit neuralemement.



Quelques précisions sur cette expérience.

(i) Il s'agit d'enregistrements de quelques centaines de neurones de V1 chez des singes macaques rhésus éveillés.

(ii) Pour chaque neurone on connaît son champ récepteur (position, taille) et l'orientation préférentielle qu'il détecte (ici verticale). Le firing rate des trains de spikes mesure l'intensité de la réponse.

(iii) Les stimuli sont du type suivant : point de fixation sur l'écran puis translation d'une forme par rapport au profil récepteur.

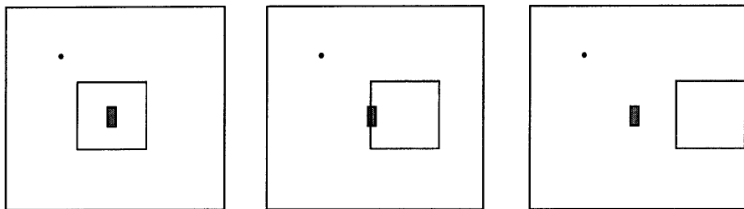


Figure: Protocole de l'expérience de Lee.

(iv) Le protocole expérimental est, comme toujours dans ce genre d'expérience, assez technique.

(v) Les textures de petites barres parallèles sont des bons stimuli pour ce genre d'expériences de ségrégation de régions homogènes comme l'a montré Victor Lamme (un grand spécialiste de la segmentation des images pixélisées en scènes composées d'objets avec des relations figure/fond).

(vi) Le traitement de l'image rétinienne par les aires visuelles primaires n'est pas feedforward. Il y a des *feedbacks* sur V1 des traitements post-V1 (V2, V3, V4, MT). C'est le cas pour le cut-locus ou les contours illusoires.

"the later part of V1 neuron's response reflecting higher order perceptual computations"

Mais c'est V1 qui permet à ces traitements d'avoir la précision voulue ("Mumford-Lee hypothesis") :

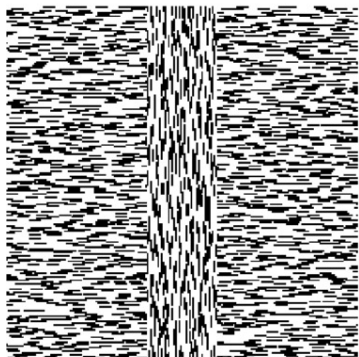
"V1 is a unique highresolution buffer available to cortex for calculations."

(vii) La dynamique des réponses est grosso modo la suivante.

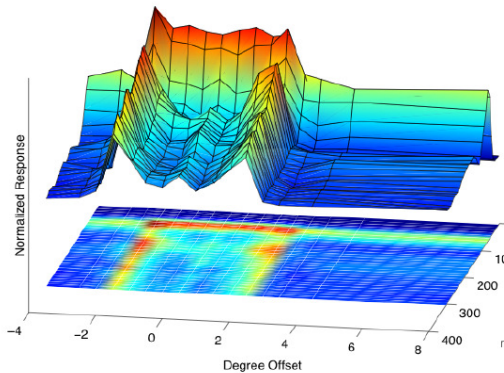
(a) au départ (40-100ms) le neurone répond tant que son champ récepteur est dans la région “verticale” du stimulus ; il répond *localement* aux régions *homogènes* ;

(b) ensuite, après 100ms, il répond au bord global de la région (i.e. au changement brutal d’orientation) ; il répond globalement à des discontinuités (c’est vraiment du Thom) ;

(c) puis, vers 200ms, il répond à la fois au bord et au cut locus globaux.



Texture strip



Spatiotemporal Response

(viii) Il y a donc deux processus dynamiques qui se reflètent par feedback dans $V1$.

(a) Celui de segmentation, de construction de contours globaux (discontinuités qualitatives) *intégrant* des détections locales.

(b) Celui de propagation des contours conduisant au lieu singulier qu'est le medial axis.

*“signals sharpen spatially over time at the boundaries (...),
and spread spatially over time from the boundaries (...).*

Des recherches en imagerie non invasive (*fMRI*) ont été poursuivies. Par exemple “Cortical Representation of Medial Axis Structure” de Mark Lescroart et Irving Biederman (*Cerebral Cortex*, 2013).

En conclusion

“The medial axis or the skeleton transform are fundamental to structural and grammatical analysis of the shape of visual objects”

La compréhension de sa réalité corticale mobilise beaucoup de neurosciences difficiles et en particulier l'analyse approfondie des “architectures fonctionnelles” fascinantes des aires visuelles primaires.

Comme l'affirme Dirk Jancke, ce sont des structures subjectives globales qui

“reveal fundamental principles of cortical processing”.

Bref, la géométrie si thomienne du cut-locus est neuralemement implémentée.