> "On considérera qu'à tout genre – entité seconde – est associé un substrat G, et sur cet espace on aura un espace de qualité (état interne). Alors G est défini comme la réunion des bassins d'un potentiel $V : G \to \mathfrak{R}$; le bassin d'un minimum est le substrat d'une espèce (*eidos*). Par exemple, sur l'espace continu des impressions de couleur (espace à trois dimensions $\mathfrak{R}^3$ selon la théorie classique), l'adjectif bleu serait défini par un bassin b, de bord ∂b. La signification d'une phrase attributive comme « Le ciel est bleu » peut être ainsi géométrisée. Le substrat du « ciel » est une demi-sphère céleste D^2; du point de vue de la couleur, l'état du ciel est défini par une section $\sigma : D^2 \to \mathfrak{R}^3 \times D^2$ du morphisme $\mathfrak{R}^3 \times D^2 \to D^2$. Le « ciel est bleu » est l'acte signifiant que cette section est « capturée » par le bassin b, autrement dit la section $\sigma : D^2 \to \mathfrak{R}^3 \times D^2$ est tout entière contenue dans le tube $b \times D$ avec le bord duquel ($\partial b \times D$) elle est « entrelacée »."

Nous avons donc deux CNS (conditions nécessaires et suffisantes) de validité pour un énoncé "S est p" :

1. La CNS tarskienne : l'énoncé "S est p" est vrai ssi l'état de choses correspondant «S est p» est vérifié («S est p» ne pouvant d'ailleurs être représenté linguistiquement qu'au moyen du jugement "S est p").
2. La CNS thomienne : l'énoncé "S est p" est vrai ssi l'image $g(W)$ de la section $g : W \to W \times G$ est encapsulée dans le cylindre $W \times \partial p$.

La première est logique et prédicative mais "aveugle" (sans intuition remplissante). La seconde est morphologique mais ante-prédicative et pré-judicative. Comment en effectuer la synthèse ? Comment penser le lien entre le schématisme géométrique de la perception et la formalisation traditionnelle des jugements en termes de logique formelle ? Le problème est délicat car, comme l'avait déjà profondément remarqué Wittgenstein, dans des jugements perceptifs du type "S est p", "X est plus clair que Y", etc., *la spatialisation des qualités n'est pas explicite*.

Dans la CNS de Thom, la vérité est *spatialement localisée* et c'est tout le problème du "hiatus entre le logique et le morphologique". C'est cela qu'il faut comprendre. Pour avancer faisons d'abord un détour par Husserl.

II. PRESENTATION PERCEPTIVE ET REPRESENTATION PROPOSITIONNELLE DANS *ERFAHRUNG UND URTEIL* DE HUSSERL

1. Présentation géométrique et représentation propositionnelle

Les formules atomiques "*S* est *p*" que sont les jugements d'attribution de qualités sensibles à des objets spatialement localisés se situent au degré zéro de l'échelle logique. Tant leur syntaxe que leur sémantique sont triviales. Mais cette trivialité évidente disparaît dès que l'on essaye de comprendre les liens qui peuvent exister entre leur structure syntactico-sémantique et la scène perceptive — que nous noterons $<S, p>$ — qu'ils décrivent et dénotent.

La scène perceptive $<S, p>$ correspond à la donnée d'un domaine spatial W_S (l'extension de l'objet *S*) rempli par une qualité sensible *p*. Elle est "synthétique", de format géométrique et "présentationnelle" (au sens de l'opposition philosophique et phénoménologique classique entre *Darstellung* (présentation) et *Vorstellung* (représentation)). Au contraire, le jugement prédicatif "*S* est *p*" est quant à lui "analytique", de format propositionnel et "représentationnel". Quel rapport il y a-t-il entre ces deux formatages, c'est-à-dire, entre d'un côté le remplissement intuitif d'extensions spatiales par des qualités et d'un autre côté les catégories syntaxiques de la prédication ?

Ces problèmes ont été fort peu étudiés par les traditions logico-sémantiques. Il existe pourtant une exception notable, de première importance, celle de Husserl. En particulier dans les extraordinaires réflexions sur l'origine perceptive de la prédication que l'on trouve dans *Erfahrung und Urteil*.

2. Erfahrung und Urteil

Dans cet ouvrage posthume [4] (1939, Husserl ayant disparu en 1938), édité à Prague par son disciple et assistant Ludwig Landgrebe et dont le sous-titre *Untersuchungen zur Genealogie der Logik* exprime bien les intentions, Husserl cherche à clarifier phénoménologiquement les origines de la prédication. Il y élabore (entre autres) une théorie des propositions atomiques "*S* est *p*" dans le cadre d'une apophantique formelle (i.e. d'une théorie syntaxique) et d'une ontologie formelle (i.e. d'une théorie sémantique comme la méréologie ou la théorie des ensembles). Si sa perspective est "généalogique", c'est parce que, selon lui, la logique formelle classique occulte le problème fondamental de *l'évidence* dans le concept logique de vérité. "Evidence" signifie ici l'immédiateté de la donation des phénomènes dans la présentation perceptive (l'"immediate acquaintance" des russelliens).

---

[4] Husserl [1954].

> “Le caractère formel de l’analytique logique consiste en ce qu’elle ne s’interroge pas sur la qualité matérielle [i.e. perceptive] de ce quelque chose [donné dans la perception], qu’elle n’envisage les substrats qu’en fonction de la forme catégoriale qu’ils prennent dans le jugement.” (p. 28)

Comme “jugement catégorique fondé dans la perception” (p. 79), un jugement prédicatif à contenu perceptif de type “*S* est *p*” est enraciné dans l’expérience ante-prédicative et pré-judicative du monde perceptivement donné et c’est bien cet enracinement — ce qu’il appelle une “fondation” — que Husserl veut thématiser comme tel. Il retrace pour ce faire la “genèse catégorielle” des catégories logiques “primitives” (sujet / prédicat), genèse qui convertit l’unité perceptive synthétique <*S, p*> de l’extension spatiale d’un substrat *S* délimitée par un bord (contour apparent) et possédant un moment dépendant *p* (qualité sensible) en l’unité syntaxique analytique de la proposition “*S* est *p*”. Il ramène cette conversion d’une présentation perceptive en une représentation propositionnelle à une opération réflexive de *thématisation* et de *typification logique* qui typifie les substrats en sujets et les moments dépendants en prédicats. Telle est selon lui

> “l’origine des premières catégories dites ‘catégories logiques’ ”. (p. 134)

Comme il y insiste,

> “dans le jugement prédicatif le plus simple, une *double information* est traitée” (p. 252)

car *sous* l’information syntaxique catégoriale “sujet / prédicat” concernant les “formes fonctionnelles” des termes de la proposition, il existe une autre information concernant les “formes noyaux” /substrat = indépendance/ et /moment qualitatif = dépendance/. Selon Husserl, la prédication est un processus basé sur

> “le recouvrement des formes noyaux comme matériel syntaxique pour les formes fonctionnelles.” (p. 252).

C’est cette typification logique en catégories syntaxiques des relations synthétiques de dépendance substrats-qualités qu’il s’agit de formaliser.

3. Pertinence d'une approche morphologique thomienne

Si l'on veut, au-delà de la description eidétique pure, transformer la description phénoménologique en source de modélisation, il faut alors pouvoir formaliser les phénomènes de remplissement qualitatif constitutifs des états de choses <*S*, *p*>. *Or c'est précisément cela que permet l'approche morphologique de René Thom.*

Cette possibilité de disposer d'une *présentation morphologique d'un schème sensible* <*S, p*> qui soit différente de la proposition "*S* est *p*" est absolument nécessaire si l'on veut briser

(i) le cercle vicieux qui affirme que les structures et les propriétés qualitatives du monde sensible n'existent qu'à travers les *jugements* qui les interprètent et ne peuvent pas être montrés (présentés) autrement (c'est-à-dire au fond que toute *Darstellung* est toujours-déjà une *Vorstellung*), et

(ii) le caractère tautologique de la définition tarskienne de la vérité : l'énoncé "la neige est blanche" est vrai ssi l'état de choses "la neige est blanche" est réalisé.[5]

Elle permet aussi d'entrevoir la solution à un certain nombre de difficultés qui ont fait jusqu'ici l'objet d'un nombre considérable de discussions philosophiques.

(i) La représentation propositionnelle "*S* est *p*" de la présentation morphologique <*S, p*> possède un contenu qui est *intensionnel* à un double titre. D'abord parce qu'il représente l'état de choses sous un certain aspect, celui présenté par <*S, p*>. Ensuite parce que les spécificités de l'aspect de <*S, p*> (par exemple l'extension exacte de *S*, les valeurs exactes de *p*) *ne sont pas* reflétées dans le jugement "*S* est *p*" : celui-ci fonctionne en fait de façon *indexicale*. Tout jugement perceptif élémentaire ne peut fixer sa référence que de façon pragmatique : le lien entre l'énoncé "*S* est *p*" et la scène perceptive <*S, p*> est contrefactuel. Comme nous allons le voir, la sémantique naturelle des jugements perceptifs est donc une sémantique intensionnelle *à la Kripke*, mais d'un nouveau type.

(ii) Cela explique le fait que la représentation "*S* est *p*" possède une propriété sémantique en vertu de laquelle elle représente le schème sensible <*S, p*>. La relation entre *S* et *p* dans le jugement "*S* est *p*" est donnée par la relation de dépendance constitutive de la structure morphologique du schème sensible <*S, p*>. Or ce dernier diffère de l'état de choses objectif associé (un schème sensible n'est pas objectif au sens "chosique"). D'où la possibilité de méprise représentationnelle.

---

[5] Pour une critique de cette définition tautologique dans le cadre de la théorie des topoï que nous utilisons plus bas, cf. Moerdijk-Reyes [1991].

III. L'INDEXICALITE PRAGMATIQUE DES JUGEMENTS PERCEPTIFS

Les jugements perceptifs sont tous d'une certaine façon *indexicaux*. La spatialité implicite des objets (la localisation et l'extension) y fonctionne comme fonctionnent les déictiques : elle doit être actualisée par la situation perceptive qui joue en quelque sorte le rôle d'un contexte pragmatique. On peut dire aussi *que l'espace modalise la vérité des jugements perceptifs*. Dans un jugement d'attribution de qualité de type "S est p" on ne dit pas que S est un symbole de variable référant à un individu possédant la propriété p. On dit que S réfère à un individu d'extension W et que W est "rempli" par la qualité p. Les conditions de vérité du jugement présupposent donc que S réfère à une section $g(W)$ de la fibration associée à la qualité p. Mais l'extension W demeurant implicite dans la syntaxe de l'énoncé et n'intervenant qu'au niveau de sa sémantique, on peut dire qu'elle fonctionne de façon indexicale.

IV. LA PERTINENCE DES CONCEPTS DE FAISCEAU ET DE TOPOS

L'on voit que si l'on articule ainsi morphologie perceptive et logique judicative *en respectant leur altérité*, alors le problème devient de formaliser l'analyse husserlienne-thomienne des liens entre un schème morphologique $<S, p>$ (intuition remplissante) et un jugement "S est p" (intention de signification) et, donc, de faire droit à la priorité du formatage morphologique (présentationnel) sur le formatage propositionnel (représentationnel) pour pouvoir ensuite comprendre la conversion faisant passer de l'un à l'autre.

Essayons d'imaginer un chemin menant du signal optique à un jugement en essayant de repérer exactement à quel moment géométrie et logique doivent s'articuler.

1. Le signal doit d'abord être traité, régularisé et segmenté. On connaît des algorithmes très performants : ondelettes de Mallat, modèle variationnel de Mumford-Shah, équations de diffusion anisotropes de Morel, etc. [6]
2. Les aspects, les profils (Abschattungen, adumbrations) — et en particulier les contours apparents — doivent être reconnus comme des aspects d'objets. On sait que René Thom s'était énormément intéressé à ce problème. C'est une très jolie application de la théorie des singularités. En se situant dans la grassmannienne des projections on associe un contour apparent (i.e. un lieu singulier avec des singularités) à chaque point de vue et la question de savoir comment les types génériques de contours apparents stratifient l'espace des points de vue est un problème difficile encore non résolu.
3. Mais ce qui doit être transformé en jugement est d'abord un aspect particulier, celui sélectionné par l'observateur. Comme nous l'avons vu, la

[6] Cf. par exemple Petitot [1994b] et [2003b].

sélection du point de vue et son changement correspondent à la nature *pragmatique* des jugements perceptifs.

4. C'est donc le remplissement d'une extension spatiale par une qualité sensible, qui constitue bien la donnée primitive, ainsi que René Thom l'avait tout de suite formalisée avec la notion de point régulier et de point singulier dans *Stabilité structurelle et Morphogenèse*. C'est bien elle qu'il faut faire passer du géométrique au logique.

L'idée est alors d'utiliser certains résultats fondamentaux concernant les liens entre géométrie et logique qui ont été découverts dans le cadre de la théorie des catégories (au sens mathématique du terme) et, plus précisément, dans celui de la dite *théorie des topoï*. Très intuitivement, les idées de bases sont les suivantes.[7]

(i) Les remplissements possibles de domaines spatiaux W d'un espace ambiant M par des qualités sensibles — et donc les sections σ qui les modélisent— reposent sur une dialectique *du local et du global* (possibilité de restreindre un recouvrement à un sous-domaine, possibilité de recoller des recouvrements compatibles, etc.) qui est caractéristique de ce que l'on appelle la structure de *faisceau* sur un espace de base M.

(ii) Les opérations formelles catégoriques que l'on peut faire sur des faisceaux — qui sont des objets *géométriques* — sont *exactement parallèles* aux opérations *syntaxiques* que l'on peut faire sur des *symboles* — qui sont des objets *logiques*. C'est cela la grande découverte : elle est due à William Lawvere à la fin des années 60. On dit que la catégorie des faisceaux sur un espace de base M possède la structure de *topos*.

(iii) On peut par conséquent associer à la catégorie des faisceaux sur M *un langage formel* (ce que l'on appelle sa "logique interne"). Dans ce langage logique une variable x va être interprétée *syntaxiquement* par un faisceau X (par exemple le faisceau des sections d'une fibration $\pi : M \times G \to M$) qui représente *son type logique*. Mais, *sémantiquement*, x sera interprétée comme une *section* particulière de X définie sur un domaine particulier W de M.[8] Cette sémantique très particulière s'appelle la sémantique de Kripke-Joyal des topoï.

Autrement dit, le formalisme "toposique" permet de typifier logiquement des symboles qui réfèrent à des remplissements de domaines spatiaux par des qualités.

---

[7] Pour une introduction à la théorie des topoï, cf. Asperti-Longo [1991] et MacLane-Moerdijk [1992].

[8] Techniquement, il faut tenir compte du fait que, traditionnellement, les sections de faisceaux sont définies sur des *ouverts* de l'espace topologique de base. Mais on peut généraliser cette situation traditionnelle (cf. section VI).

C’est exactement le genre de formalisme dont on a besoin pour formaliser la description eidétique de *Erfahrung und Urteil* à partir de la géométrisation de la prédication proposée par Thom.

Il s’agit donc de reprendre l’analyse logique des propositions (et donc les bases mêmes de la sémantique) à partir de ce primat du perceptif. Il s’agit de relier au moyen d’une logique géométrique une typification logico-catégorielle et un schématisme morphologique. Comme le formalisme logique, le schématisme morphologique est une structure idéale se réalisant dans des actes et des processus mentaux. Mais son idéalité est “esthésique” (au sens de l’Esthétique transcendantale kantienne) et non pas symbolique.

V. FAISCEAUX, TOPOÏ ET LOGIQUE

1. Remarques préliminaires

1. La théorie des topoï a été inventée et développée par Alexandre Grothendieck et son école dans les années 60 pour résoudre des problèmes très sophistiqués de géométrie algébrique (construction de théories cohomologiques généralisées). Il peut donc paraître étrange de vouloir l’utiliser pour des problèmes cognitifs non mathématiques et, qui plus est, apparemment élémentaires. Mais en fait si ces problèmes sont traités de façon neurocognitive (ce qui m'intéresse au premier chef mais dont je ne parle pas ici), ils ne sont plus du tout triviaux et doivent donc être modélisés avec des outils convenables.
2. La théorie des catégories est certainement la meilleure ontologie formelle dont nous disposions actuellement (par beaucoup d'aspects elle est supérieure à la théorie des ensembles) et il est donc naturel de s’y placer.
3. Certains spécialistes de la théorie des topoï ont déjà appliqué ces outils à la clarification de certains problèmes sémantiques. Par exemple Gonzalo Reyes (qui a travaillé, avec Eduardo Dubuc, Anders Koch, Ieke Moerdijk et Marta Bunge sur les applications de la théorie des topoï à la *Géométrie différentielle synthétique*) a utilisé ces techniques pour formaliser la théorie kripkéenne des noms propres comme désignateurs rigides.
4. En général, la théorie des topoï est utilisée en logique formelle et en informatique théorique comme un outil pour le λ-calcul typé (cf. par exemple les travaux de John Mitchell, Philip Scott, Giuseppe Longo, etc.). Comme nous allons le voir, quand des variables sont typées par des objets d’un topos, les propriétés catégoriques du topos conduisent à une logique interne (en général intuitionniste) qui est un λ-calcul typé. Dans la mesure où la correspondance de Curry-Howard montre que les formules peuvent être traitées comme des types, les preuves comme des λ-

termes et la réduction d'une preuve par élimination de coupures à la réduction d'un λ-terme à sa forme normale, la théorie des topoï est devenue un outil fondamental pour comprendre la sémantique des langages formels, et en particulier des langages de programmation.

Dans ces applications logiques, l'origine (la "généalogie") géométrique des concepts de faisceau et de topos n'est pas pertinente. Ici, nous utilisons au contraire cette origine géométrique de façon essentielle pour clarifier la montée cognitive du niveau morphologique-perceptif vers le niveau propositionnel-prédicatif.

2. Le concept de faisceau

Pour le concept de faisceau, le concept topologique primitif n'est plus celui de point mais celui *d'ouvert* (ce que Peter Johnstone appelle la "pointless topology").[9]

De façon abstraite, une fibration sur un espace de base M est caractérisée par l'ensemble de ses sections $\Gamma(U)$ sur les ouverts $U \subset M$. C'est un dispositif produisant des sections. Si $s \in \Gamma(U)$ est une section sur U et si $V \subset U$, on peut naturellement considérer la *restriction* $s|_V$ de s à V. Cette restriction est une application $\Gamma(U) \to \Gamma(V)$. Il est évident que si $V = U$ alors $s|_V = s$ et que si $W \subset V \subset U$ et $s \in \Gamma(U)$ alors $(s|_V)|_W = s|_W$ (transitivité de la restriction). On obtient ainsi un *foncteur contravariant* $\Gamma : \mathcal{O}^*(M) \to \mathbf{Ens}$ de la catégorie $\mathcal{O}(M)$ des ouverts de M dans la catégorie **Ens** des ensembles (les objets de $\mathcal{O}(M)$ sont les ouverts de M et les morphismes sont les inclusions d'ouverts).

Réciproquement, soit Γ un tel foncteur — ce que l'on appelle un *préfaisceau* sur M. Pour avoir une chance d'être le foncteur des sections d'une fibration, il est clair que Γ doit satisfaire les deux propriétés caractéristiques suivantes :

(F_1) Deux sections localement égales sont globalement égales. Si $\mathcal{U} = (U_i)_{i \in I}$ est un recouvrement ouvert de la base M et si $s, s' \in \Gamma(M)$ sont deux sections globales, alors, si $s|_{U_i} = s'|_{U_i}\ \forall i \in I$, on a l'égalité $s = s'$.

(F_2) Une famille de sections s_i qui sont définies sur un recouvrement ouvert $\mathcal{U} = (U_i)_{i \in I}$ d'un ouvert U et compatibles sur les intersections $U_i \cap U_j$ peut être recollée en une section globale s sur U. Autrement dit si $s_i \in \Gamma(U_i)$ est une famille sur

[9] Dans les sections techniques qui suivent nous traiterons les extensions d'objets comme des ouverts car les concepts géométriques qui nous intéressent ont été définis et étudiés à partir de ce concept primitif. Mais, comme nous l'avons dit, une telle hypothèse n'est pas réaliste puisque la plupart des objets étant délimités par des bords leur extension est fermée.

$\mathcal{U} = (U_i)_{i \in I}$ et si les s_i sont compatibles i.e. si $s_i|_{U_i \cap U_j} = s_j|_{U_i \cap U_j}$ quand $U_i \cap U_j \neq \emptyset$, alors $\exists s \in \Gamma(M)$ telle que $s|_{U_i} = s_i \ \forall i \in I$.

Il est remarquable que (F_1) et (F_2) puissent être exprimées de façon purement catégorique. Cela montre en effet que certains des caractères les plus “synthétiques” de l’espace peuvent être décrits dans le cadre de l’ontologie formelle qu’est la théorie des catégories. Par exemple (F_2) dit que la flèche e qui associe à la section s la famille de ses restrictions

$$e \ : \ s \ \to \{s\,|_{U_i}\}_{i \in I}$$

est l’*equalizer*

$$\Gamma(U) \xrightarrow{e} \prod_i \Gamma(U_i) \underset{q}{\overset{p}{\rightrightarrows}} \prod_{i,j} \Gamma(U_i \cap U_j)$$

des deux projections p, q correspondant aux inclusions $U_i \cap U_j \subset U_i$ et $U_i \cap U_j \subset U_j$.

Prises comme axiomes pour des préfaisceaux, les propriétés (F_1) et (F_2) définissent une structure plus générale que celle de fibration, nommément celle de *faisceau*. On peut d’ailleurs montrer que si les axiomes (F_1) et (F_2) sont satisfaits alors on peut *représenter* le foncteur section Γ par une structure fibrée généralisée $\pi : E \to M$ (appelée un espace “étalé”) de telle façon que $\Gamma(U)$ devienne l’ensemble des sections de π sur U. Mais π n’est plus nécessairement localement triviale comme doit l’être par définition une fibration. La fibre E_x de E en x est la limite inductive :

$$E_x = \lim_{V \subset U \in \mathcal{U}_x} \{(\Gamma(U), \Gamma(V \subset U)\}$$

(où $\mathcal{U}_x$ est le filtre des voisinages ouverts de x). E_x est l’ensemble des *germes* s_x des sections en x. E est la somme des E_x. Si $s \in \Gamma(U)$, elle peut être interprétée comme l’application $x \in U \to s_x \in E_x$. La topologie de E est alors définie comme la plus fine rendant toutes ces sections continues.

Il faut se convaincre que le concept de faisceau n’est pas seulement technique et formalise des propriétés d’essence — eidétiques, “synthétiques a priori” — de l’intuition pure spatiale. Il est *a priori* adapté à toutes les situations où

(i) le formatage spatial se ramène essentiellement à un passage de domaines locaux à des domaines globaux par *recollement*, et

(ii) les entités considérées proviennent d’opérations de *remplissement* (filling-in, *Erfüllung*) de tels domaines spatiaux.

C’est le cas dans de très nombreux domaines de la géométrie et de la physique mathématique et c’est pourquoi ce concept y est devenu omniprésent. *Mais tel est aussi le cas de la perception*. Le recollement y intervient de façon constitutive, et cela à un double titre. D’abord parce que le champ visuel lui-même est constitué par le recollement des champs récepteurs des cellules ganglionnaires [10]. Ensuite parce que l'espace global s'obtient par recollements de différents exemplaires du champ visuel contrôlés kinesthésiquement (par les mouvements des yeux, de la tête et du corps). Contrairement à ce qui se passe en géométrie différentielle classique, la notion de recollement n'est pas imposée ici par la nécessité de prendre en compte des fibrations non globalement triviales. Elle est imposée par le câblage de l'architecture (le hardware neuronal).

Quant au remplissement, il correspond dans les aires rétinotopiques du cortex visuel à des fibrations : le système s'obtient en "recollant" par des connexions latérales cortico-corticales les "hypercolonnes" qui, au-dessus de chaque position rétinienne implémentent la fibre appropriée (direction, couleur, texture, etc.) [11].

3. Généralisations

Il existe de nombreuses généralisations de cette situation de base. La plus connue est celle des topologies de Grothendieck : les recouvrements ouverts y sont définis en termes de "cribles" et le concept de faisceau est généralisé en celui de "site".

Une autre généralisation est celle des "*frames*" et des "*locales*". Les "frames" sont des treillis possédant les propriétés des treillis d'ouverts $\mathcal{O}(X)$, autrement dit des treillis distributifs complets possédant des infs (intersections) finis et des sups (unions) quelconques. Les "locales" sont les objets de la catégorie duale. Dans le cas des espaces topologiques la dualité consiste à associer à une application continue $f : X \rightarrow Y$ l'application $f^* : \mathcal{O}(Y) \rightarrow \mathcal{O}(X)$, $V \in \mathcal{O}(Y) \rightarrow f^*(V) = f^{-1}(V) \in \mathcal{O}(X)$, l'image réciproque $f^{-1}(V)$ d'un ouvert V de Y étant un ouvert de X.

Les points sont alors définis comme des morphismes $x : A \rightarrow 2 = \mathcal{O}(1)$ (dans le cas des espaces topologiques, si $A = \mathcal{O}(X)$, les points correspondent à des vrais points $x : 1 \rightarrow X$). Soit $Pt(A)$ l'ensemble des points x de A. Une topologie est définie sur $Pt(A)$ par les sous-ensembles $\varphi(a) = \{x \in Pt(A) \mid x(a) = 1\}$. $\mathcal{O}(Pt(A))$ est la meilleure approximation possible du locale A par un locale "spatial".

4. Pertinence du concept de topos

Nous nous sommes restreints au cas le plus élémentaire, celui de relations de recouvrement de domaines spatiaux W par des qualités appartenant à un espace de qualités G. Nous avons vu que ces relations sont géométriquement décrites par des sections de fibrations appropriées.

---

[10] Cf. par exemple Petitot [2003a].

[11] Cf. Ibid.

Les faisceaux de sections prennent en charge l'aspect morphologique du schématisme thomien de la prédication. Mais qu'en est-il de son aspect logique ? Nous avons vu que le problème est le suivant. Les jugements portant sur des situations de recouvrement d'un domaine W par des qualités appartenant à un genre G ne font pas intervenir dans leur forme syntaxique la localisation de ces qualités. Ils se situent au niveau de G et non pas au niveau de W. La localisation reste *implicite*, c'est-à-dire potentielle. Pour rendre compte de ce caractère potentiel, il faut donc considérer *tout* le faisceau des sections Γ des sections de la fibration $\pi : W \times G \to W$ *et le traiter en tant que tel comme une unité syntaxique*. Mais dans le même temps, pour qu'un tel jugement puisse être vrai ou faux il faut — si l'on veut pouvoir appliquer la CNS de Thom — qu'au niveau *de la sémantique* l'extension des objets considérés deviennent *explicite*, autrement dit s'actualise.

La réponse naturelle à ces difficultés est de considérer les faisceaux comme des *types* de variables dont les référents sont des *sections* particulières. Or il se trouve que cela est rendu techniquement possible par un lien profond entre la théorie des faisceaux et la logique qui a été découvert par William Lawvere au début des années 70.

Très brièvement exposées, les idées directrices sont les suivantes. La catégorie $\mathcal{F}$ des faisceaux sur un espace topologique M possède un certain nombre de propriétés catégoriques fondamentales qui lui confère la structure de *topos*. Or celle-ci *est précisément la structure catégorique permettant d'interpréter un langage des prédicats dans une catégorie d'objets*. Selon Lawvere, cela permet de considérer $\mathcal{F}$ comme un univers du discours dont les objets *sont des entités variables dépendant d'une localisation spatiale U*. Cette dépendance spatiale

(i) est constitutive des valeurs de vérité et possède donc une pertinence sémantique, mais

(ii) elle n'est pas directement visible dans la syntaxe (qui ne concerne que les faisceaux comme types logiques) et n'est donc pas syntaxiquement pertinente.

Or c'est exactement d'un tel formalisme dont nous avons besoin pour formaliser la façon "indexicale" et "pragmatique" dont opère l'extension spatiale dans les jugements perceptifs.

5. Eléments de théorie des topoï

Par définition, un topos $\mathcal{F}$ est d'abord une catégorie *cartésienne fermée* : il possède des produits fibrés (des pull-backs), un objet terminal — classiquement noté 1 — et des *objets exponentiels* B^A qui permettent *d'internaliser* les ensembles de morphismes $\mathrm{Hom}_{\mathcal{F}}(A, B)$. Le faisceau B^A est défini de façon évidente en utilisant les restrictions $A|_U$ et $B|_U$ aux ouverts : $B^A(U) = \mathrm{Hom}_{\mathcal{F}}(A|_U, B|_U)$. Il est appelé le "Hom interne" ou encore le faisceau des germes de morphismes de A vers B.

Il est trivial de vérifier que le foncteur $(\bullet)^A$ est *adjoint à droite* du foncteur $A \times (\bullet)$. Cela signifie que pour tout objet C de $\mathcal{F}$ il existe un isomorphisme fonctoriel $\mathrm{Hom}_{\mathcal{F}}(C, B^A) \cong \mathrm{Hom}_{\mathcal{F}}(A \times C, B)$. Par exemple, pour $C = 1$, on obtient $\mathrm{Hom}_{\mathcal{F}}(1, B^A) \cong \mathrm{Hom}_{\mathcal{F}}(A, B)$. Mais un morphisme $f : 1 \to B^A$ est comme un “élément” de B^A. En fait, si A est un faisceau, un morphisme $s : 1 \to A$ est une section globale de A, c’est-à-dire un élément $s \in A(M)$.

L'isomorphisme $\mathrm{Hom}_{\mathcal{F}}(C, B^A) \cong \mathrm{Hom}_{\mathcal{F}}(A \times C, B)$ est évident dans le topos des ensembles : si f_c est une famille d'applications $f_c : A \to B$ alors elle est équivalente à l'application $f : A \times C \to B$ définie par $f(a, c) = f_c(a)$.

Si l’on considère $C = B^A$ et Id_{B^A}, l’adjonction à droite définit ce que l’on appelle une *co-unité* $\varepsilon : A \times B^A \to B$ telle que pour chaque $f : C \to B^A$ (et donc $1 \times f : A \times C \to A \times B^A$) le morphisme associé $h : A \times C \to B$ soit donné par $h = \varepsilon \circ (1 \times f)$. La co-unité généralise l’application *d’évaluation* $(x, f) \to f(x)$ de la théorie des ensembles.

La catégorie $\mathcal{F}$ possède en outre un *classificateur de sous-objets,* c’est-à-dire un monomorphisme $True : 1 \to \Omega$ tel que tout sous-objet S d’un objet A (i.e. tout monomorphisme $m : S \to A$) soit reconstructible par pull-back à partir d’une “fonction caractéristique” $\varphi_S : A \to \Omega$ de S :

$$\begin{array}{ccc} S & \to & 1 \\ \downarrow & & \downarrow \text{True} \\ A & \underset{\varphi_S}{\to} & \Omega \end{array}$$

Ω est l’ensemble des “valeurs de vérité” du topos $\mathcal{F}$. Ce classificateur “internalise” donc les sous-objets. Il en représente le foncteur. Dans la catégorie des ensembles **Ens**, $\Omega = \{0, 1\}$ correspond aux valeurs de vérité booléennes. C'est le fait que Ω puisse être beaucoup plus compliqué qui fait l'intérêt majeur de la théorie des topoi. Nous allons voir que c'est ce qui permet dans notre cas de *localiser la vérité* conformément à l'idée de Thom.

A partir de ces constructions catégoriques, on peut définir d’autres constructions et donner un sens aux concepts “ensemblistes” d’élément, de propriété et de partie.

1. Par exemple, un morphisme $\vartheta : A \to \Omega$ est un “prédicat” de A, c’est-à-dire une propriété de ses “éléments généralisés” $a : B \to A$. On a $\vartheta(a)$ ssi a “appartient” au sous-objet S de A défini par ϑ ($\varphi_S = \vartheta$), i.e. ssi $\varphi_S \circ a = True_B$ avec $True_B : B \to 1 \to \Omega$.
2. De même, les parties de A (ses sous-objets) sont définies par $P(A) = \Omega^A$. Dans la catégorie des ensembles **Ens**, $\Omega = \{0, 1\}$ correspond aux valeurs de vérité booléennes. Il en va tout autrement ici. Le faisceau Ω est défini par

$\Omega(U) := \{V \subset U\}$ et *True* : $1 \to \Omega$ par *True*$(U) : 1 \to U \in \Omega(U)$, i.e. par l'élément *maximal* de $\Omega(U)$. Cela signifie que :

(i) la vérité devient *spatialement localisée*,

(ii) "être vrai sur U" signifie "être vrai partout sur U".

$\Omega(U)$ n'est pas une algèbre de Boole (car le complémentaire d'un ouvert n'est pas un ouvert mais un fermé). C'est une algèbre de Heyting. Ω est donc un faisceau d'algèbres de Heyting.

6. Topoï et logique

Le point fondamental est que l'on peut canoniquement associer à un topos $\mathcal{F}$ une *logique interne,* c'est-à-dire :

(i) un *langage formel* $L_{\mathcal{F}}$ appelé son langage de Mitchell-Bénabou,

(ii) une *sémantique* de type forcing appelée sa sémantique de Kripke-Joyal.

Comme nous l'avons vu, l'idée directrice est qu'un faisceau $X \in \mathcal{F}$ peut être traité comme un *type* pour des variables x qui seront interprétées comme des *sections* s de X, $s \in X(U)$. On obtient donc *à la fois une typification et une localisation spatiale* des variables et c'est exactement ce dont nous avons besoin pour relier la géométrie des sections à une logique du jugement : *la syntaxe des jugements porte sur les types et la sémantique sur la localisation*. La sémantique concerne donc (dans le cas qui nous occupe ici) les conditions de vérité associées aux phénomènes de recouvrement de domaines spatiaux par des qualités. Ce qui est précisément la façon Thom définit la vérité des jugements perceptifs.

6.1. Syntaxe

De façon générale, la structure de topos d'une catégorie $\mathcal{F}$ permet de construire récursivement les termes σ du langage $L_{\mathcal{F}}$ comme des *morphismes* entre faisceaux.

Le langage possède des *types* : 1, Ω (type des formules ou valeurs de vérité), des types de base, des types produits d'autres types ΠX_i, un type $P(X)$ de parties pour chaque type X, des variables typées $x : X$ pour chaque type X et des symboles de fonction $f : A \to B$ entre types. On définit alors récursivement les *termes* typés de façon standard.

1. Il existe un terme unique $* : 1$ de type 1.
2. Si $\tau : A$ [12] et $f : A \to B$ alors il existe un terme image $f(\tau)$.
3. Si $\tau_i : A_i$ alors il existe un terme produit $\tau = \langle \tau_i \rangle : \Pi A_i$ et réciproquement si $\tau : \Pi A_i$ on sait définir ses projections $\tau_i : A_i$.

---

[12] La notation $\tau : A$ signifie que le terme τ est de type A.

4. Si $\varphi(a) : \Omega$ est une formule avec $a : A$ alors il existe un terme « partie de A satisfaisant φ » $\{a \mid \varphi\} : P(A)$.

5. Si $\sigma, \tau : A$ alors on peut construire le terme $\sigma = \tau : A$.

6. Si $\sigma : A$ et $\tau : P(A)$ alors on peut construire le terme $\sigma \in \tau : \Omega$.

L'interprétation dans un topos se fait alors de la façon suivante.

$* : 1$ est interprété par l'objet terminal 1. Si le terme σ est de type A et est construit à partir de variables libres x_i de types respectifs X_i, il est interprété par un morphisme $\sigma : \Pi X_i \to A$ qui exprime sa structure. Le fait décisif est que la structure de topos est précisément celle qui permet de définir toutes les structures logiques nécessaires en prenant Ω *comme type pour les formules*.

On définit par exemple les termes $< \sigma, \tau >$ (paire ordonnée), $\sigma = \tau$ (égalité), $f \circ \sigma$ (termes composés), $\phi(\sigma)$ (termes fonctionnels), $\sigma \in \tau$ (appartenance), $\lambda x \sigma$ (λ-termes), ainsi que les quantificateurs. Ces derniers sont les adjoints à droite et à gauche des morphismes "image inverse" $P(f) : P(B) \to P(A)$ (où $P(A) = \Omega^A$ est le faisceau des "parties" de A) canoniquement associés aux morphismes $f : A \to B$.

Donnons quelques exemples.

1. Soient $\sigma : X \to A, \tau : Y \to A$ deux termes de même type A. Ils permettent de définir le terme $\sigma = \tau$ de type Ω interprété par :

$$\sigma = \tau : Z = X \times Y \to A \times A \xrightarrow{\delta_A} \Omega$$

où δ_A est la fonction caractéristique du sous-objet diagonal $\Delta : A \to A \times A$. C'est la diagonale qui traduit l'égalité. En théorie des ensembles σ et τ correspondent à des éléments a et b de A et la diagonale correspond aux paires (a, b) telles que $a = b$.

2. Des termes $\sigma : X \to A$ et $\tau : Y \to \Omega^A$ définissent de même un terme $\sigma \in \tau$ de type Ω interprété par :

$$\sigma \in \tau : Z = X \times Y \to A \times \Omega^A \xrightarrow{e} \Omega$$

où e est le morphisme d'évaluation. En théorie des ensembles, σ correspond à un élément a de A et τ à la fonction caractéristique d'un sous-ensemble de A.

<u>*6.2. Sémantique*</u>

Quant à la sémantique de Kripke-Joyal, c'est une sémantique de type *forcing*. Elle repose sur des règles du type $U \Vdash \varphi(s)$ où U est un ouvert de M, s une section de $X(U)$, x une variable de type X et $\varphi(x)$ une formule. Quant au langage (syntaxe) x est une variable typifiée, mais quant à sa dénotation (sémantique) elle est une section s i.e. un remplissement qualitatif d'une extension spatiale. La relation de forcing $\Vdash$ signifie *que l'extension U localisant la vérité dans U valide $\varphi(s)$*. Autrement dit, si $x : X$, si $\varphi(x)$ est une formule et si $s \in X(U)$, alors $U \Vdash \varphi(s)$ ssi $s \in \{x \mid \varphi\}(U)$.

Les règles sémantiques naturelles pour les connecteurs logiques, l'implication, la négation et la quantification montrent que la logique interne d'un topos est en général de nature *intuitionniste*. Elles sont données par :

(i) $U \Vdash \varphi(s) \wedge \psi(s)$ ssi $U \Vdash \varphi(s)$ et $U \Vdash \psi(s)$. Cette règle est classique et dit que $\varphi(s)$ et $\psi(s)$ doivent être toutes deux globalement réalisées sur U.

(ii) $U \Vdash \varphi(s) \vee \psi(s)$ ssi il existe un recouvrement ouvert $\mathcal{U} = (U_i)_{i\in I}$ de U tel que pour tout i on ait $U_i \Vdash \varphi(s|_{U_i})$ ou $U_i \Vdash \psi(s|_{U_i})$. Cette règle pour la disjonction est intuitionniste. Elle dit que, localement sur U, au moins l'une des $\varphi(s)$ ou $\psi(s)$ doit être réalisée. Si V (resp. W) est l'union des U_i forçant $\varphi(s|_{U_i})$ (resp. $\psi(s|_{U_i})$), alors $U = V \cup W$ avec $V \Vdash \varphi$ et $W \Vdash \varphi$.

(iii) $U \Vdash \varphi(s) \Rightarrow \psi(s)$ ssi, pour tout $V \subseteq U$, $V \Vdash \varphi(s|_V)$ implique $V \Vdash \psi(s|_V)$.

(iv) $U \Vdash \neg\, \varphi(s)$ ssi il n'existe pas de $V \subseteq U$, $V \neq \emptyset$ tel que $V \Vdash \varphi(s|_V)$ (la négation est intuitionniste car Ω est une algèbre de Heyting et non pas une algèbre de Boole).

(v) $U \Vdash \exists y\, \varphi(s, y)$ (y étant de type Y) ssi il existe un recouvrement ouvert $\mathcal{U} = (U_i)_{i\in I}$ de U et des sections $\beta_i \in Y(U_i)$ tels que pour tout $i \in I$ on ait $U_i \Vdash \varphi(s|_{U_i}, \beta_i)$.

(vi) $U \Vdash \forall y\, \varphi(s, y)$ ssi pour tout $V \subseteq U$ et $\beta \in Y(V)$ on a $V \Vdash \varphi(s|_V, \beta)$.

Les subtilités de cette forme de sémantique résultent du problème suivant. Dans un topos, on peut interpréter des expressions de type ensembliste comme :

$$\left\{ (x_i)_{i\in I} \in \prod_{i\in I} X_i \,\middle|\, \varphi(x_i) \right\}$$

définies par $(a_i) \in \left\{ (x_i) \mid \varphi(x_i) \right\}(U)$ ssi $U \Vdash \varphi(a_i)$. Mais on doit s'assurer que de telles expressions définissent des sous-faisceaux. Pour cela, il faut "faisceautiser" les sous-foncteurs intervenant dans de telles constructions.

VI. La structure des jugements perceptifs : combler le hiatus morphologique / logique

Revenons à notre problème thomien-husserlien des liens entre la présentation perceptive $<S, p>$ et la représentation prédicative "S est p". Soit M l'espace et C la fibration (triviale) de base M et de fibre l'espace G des couleurs. Le genre qualitatif G est catégorisé en espèces C_1, C_2, …, C_n. Soit $\mathcal{C}$ le faisceau des sections de C. Aux différentes catégories (au sens banal, non mathématique) C_i, correspondent des sous-faisceaux $\mathcal{C}_i$ de $\mathcal{C}$.

Soit S un symbole dénotant un individu. S est un *index* qui, dans chaque monde possible $\mathcal{M}$, *sélectionne* son extension $W_S \in \mathcal{O}(M)$ et, pour tout genre pertinent de qualité G, une section $g_S \in \mathcal{C}(W_S)$. Cela signifie que, relativement à G, S s'interprète comme un morphisme $g_S : W_S \to \mathcal{C}$, c'est-à-dire *comme un point de $\mathcal{C}$ à valeurs dans*

W_S. Soit alors p la catégorie C_i considérée et $\mathfrak{p}$ le *sous-faisceau* du faisceau $\mathscr{C}$ qui lui est associé. On peut retraduire l'interprétation thomienne (ante-prédicative, pré-judicative) du jugement "S est p" en disant :

"S est p" est vrai ssi $g_S \in \mathfrak{p}(W_S)$.

Le sous-objet $\mathfrak{p}$ de $\mathscr{C}$ correspond à un prédicat sur $\mathscr{C}$, c'est-à-dire à un morphisme $\varphi_{\mathrm{p}} : \mathscr{C} \to \Omega$. φ_{p} associe à toute section g de $\mathscr{C}(U)$ l'ouvert maximal V de U sur lequel g est à valeurs dans p. On a alors :

"S est p" est vrai ssi $\varphi_{\mathrm{p}}(g_S) = \mathrm{True}$.

On retrouve ainsi l'interprétation ensembliste-prédicative (tarskienne) standard :

"S est p" est vrai ssi $p(S) = \mathrm{True}$,

mais en ayant tenu compte de l'extension spatiale de l'entité S considérée pour localiser la vérité.

VII. LE PROBLEME DES BORDS D'OBJETS

Nous avons signalé plus haut la difficulté concernant le fait que l'extension des objets perçus est en général *fermée* dans la mesure où les objets sont limités par des bords. Qui plus est, on sait depuis Brentano que les bords ont un statut quelque peu paradoxal. Il y a plusieurs façons de prendre en compte cette difficulté. Nous en évoquerons deux pour conclure.

1. Les co-algèbres de Heyting

Une première idée, due à Lawvere, est d'utiliser des co-algèbres de Heyting. Dans une algèbre de Heyting d'ouverts, la négation $\neg U$ de U est l'intérieur de son fermé complémentaire, c'est-à-dire le plus grand ouvert V tel que $U \cap V = \varnothing$. Dualement, dans une co-algèbre de Heyting de fermés, la négation $\neg F$ de F est la fermeture de son ouvert complémentaire, c'est-à-dire le plus petit fermé H tel que $F \cup H = 1$. On a évidemment $\neg(F \cap H) = \neg F \cup \neg H$, mais seulement $\neg(F \cup H) \subseteq \neg F \cap \neg G$.

On définit alors le bord ∂F de F comme l'intersection $F \cap \neg F = \partial F$. ∂F est donc défini en termes de contradiction logique.

L'opérateur bord satisfait la règle de Leibniz :

$$\partial(F \cap H) = (\partial F \cap H) \cup (F \cap \partial H).$$

Les bords B sont caractérisés par $\partial B = B$ c'est-à-dire par $\neg B = 1$ ou $\neg\neg B = 0$. De façon générale, la double négation $\neg\neg F \subset F$ (la fermeture de son intérieur) est le noyau régulier (le "regular core") de F. On a bien sûr $F = (\neg\neg F) \cup \partial F$.

2. Les fibrations stratifiées

Une autre façon d'introduire les bords dans le formalisme toposique est, de façon très générale, de tenir compte du fait que les remplissements intuitifs d'extensions par des qualités sont *segmentés par des discontinuités qualitatives K*.[13] Les sections de fibration g exprimant ces remplissements sont discontinues le long de K. Par ailleurs il est justifié de faire l'hypothèse que K est un ensemble fini de morceaux de courbes régulières C_i s'arrêtant en des points d'arrêt A_j et se connectant à travers des points multiples T_k (génériquement des points triples) comme des jonctions en T. En effet les meilleurs modèles de segmentation dont on dispose (en particulier le modèle variationnel dit de Mumford-Shah) semblent posséder cette propriété (la conjecture est presque démontrée).

Cela signifie que *K stratifie M*. Les strates de dimension 2 sont les composantes connexes du complémentaire de K. Elles sont ouvertes. Ce sont les régions homogènes de remplissement qualitatif. Les strates de dimension 1 sont les morceaux de courbes C_i et les strates de dimension 0 les points singuliers isolés A_j et T_k .

On peut alors reprendre le formalisme faisceautique du recollement de sections locales mais

(i) en considérant des ouverts stratifiés (U, K_U) et en imposant des règles de compatibilité dimensionnelle pour le recollement des strates, et

(ii) en permettant aux sections d'être discontinues le long des strates singulières de K_U.

Qui plus est, pour que le formalisme proposé soit plausible, il faudrait également étendre les formulations "faisceautiques" et "toposiques" aux cas où les fibres des fibrations considérées sont *catégorisées* (au sens cognitif). La catégorisation cognitive pose elle aussi un problème fondamental pour lequel il existe des modèles morphodynamiques.

CONCLUSION

Nous pensons que l'approche proposée ici constitue le formalisme de complexité minimale permettant, et uniquement dans le cas des propositions les plus triviales, de faire explicitement le lien entre perception et prédication en partant des conditions de vérité définies par René Thom. Ces développements formels prouvent qu'il est possible d'articuler le schématisme morphologique sur une sémantique formelle de nature *indexicale* (donc en fait plus pragmatique que proprement sémantique). Dans une telle approche, il apparaît que l'espace fonctionne bien comme une *modalité* dans la mesure où la sémantique des situations où les variables sont à la

---

[13] La segmentation est un problème fondamental posé par Husserl à la suite de Stumpf (le fondateur de la Gestalttheorie). Il a connu ces dernières années un approfondissement considérable. Cf. Petitot [2003b].

fois typifiées et localisées est une sémantique modale à la Kripke. Cela permet de réinterpréter le caractère “synthétique a priori” de l’espace.

On voit à quel point les approches cognitives obligent à reproblématiser ce qui avait été trivialisé par l’analytique logique classique. Si on ajoute à cela les problèmes d’implémentation neuronale, on voit que les conditions d’application et de vérité du plus simple des jugements perceptifs se situe à un niveau de profondeur sans aucune mesure avec la tautologie tarskienne et que “le hiatus entre le logique et le morphologique” que René Thom considérait comme “infranchissable” n'est peut-être pas vraiment infranchissable mais est certainement très dur à franchir.

BIBLIOGRAPHIE

ASPERTI, A., LONGO, G., 1991. *Categories, Types, and Stuctures*, Cambridge, MIT Press.

HUSSERL, E., 1954. *Erfahrung und Urteil* , *Untersuchungen zur Genealogie der Logik.*, Hamburg, Claassen & Goverts.

MAC LANE, S., MOERDIJK, I., 1992. *Sheaves in Geometry and Logic*, New York, Springer.

MOERDIJK, I., REYES, G., 1991. *Models for Smooth Infinitesimal Analysis*, Berlin, Springer.

PETITOT, J., 1992. *Physique du Sens*, Paris, Editions du CNRS.

PETITOT, J., 1994a. “Phenomenology of Perception, Qualitative Physics and Sheaf Mereology”, *Philosophy and the Cognitive Sciences*, Proceedings of the 16th International Wittgenstein Symposium (R. Casati, B. Smith, G. White eds), Vienna, Verlag Hölder-Pichler-Tempsky, 387-408.

PETITOT, J., 1994b. “La sémiophysique : de la physique qualitative aux sciences cognitives”, *Passion des Formes*, à René Thom (M. Porte éd.), 499-545, E.N.S. Editions Fontenay-Saint Cloud.

PETITOT, J., 1995. “Sheaf Mereology and Husserl’s Morphological Ontology”, *International Journal of Human-Computer Studies*, 43, 741-763, Academic Press.

PETITOT, J., 2003a. “The neurogeometry of pinwheels as a sub-Riemannian contact structure”, *Neurogeometry and Visual Perception* (J. Petitot, J. Lorenceau eds), *Journal of Physiology-Paris*, 97, 2-3, 265-309.

PETITOT, J., 2003b. “An introduction to the Mumford-Shah segmentation model”, *Neurogeometry and Visual Perception* (J. Petitot, J. Lorenceau eds), *Journal of Physiology-Paris*, 97, 2-3, 335-342.

THOM, R., 1988. *Esquisse d'une Sémiophysique*, Paris, InterEditions.