

LA SEMIOPHYSIQUE: DE LA PHYSIQUE QUALITATIVE AUX SCIENCES COGNITIVES

Jean Petitot - EHESS - Paris

I. INTRODUCTION

1. Voilà déjà environ 25 ans que René Thom a proposé d'utiliser la dynamique qualitative, la théorie des singularités et des bifurcations ainsi que la théorie physique des phénomènes critiques pour analyser les formes naturelles et les formes de la signification, en particulier les structures conçues au sens structuraliste du terme, qu'elles soient perceptives, sémio-linguistiques ou cognitives. La réception des apports fondamentaux de son programme de recherche — que nous appellerons “morphodynamique” — aux sciences et à la philosophie contemporaines pose un problème fascinant d'histoire et de sociologie des sciences. Voilà en effet l'un des plus grands mathématiciens du siècle, de surcroît averti des aspects les plus techniques de la physique mathématique qui, après avoir approfondi comme aucun autre l'histoire et l'actualité de la biologie théorique et du structuralisme sémio-linguistique s'est lancé de façon inspirée dans une vaste synthèse des sciences exactes, des sciences de l'esprit et de la philosophie de la nature, synthèse dont ont rêvé les plus grands philosophes depuis la coupure galiléenne (il suffit de citer par exemple Kant, Peirce, Brentano, Husserl ou Cassirer), et que s'est-il passé ?

D'un côté, ces idées ont été accueillies avec le plus grand intérêt par certains des plus éminents savants contemporains.¹ D'un autre côté, le fossé entre les sciences et la philosophie était devenu si abyssal, l'ignorance de chaque discipline envers les autres si complète que le sens même d'un tel projet était devenu incompréhensible à la plupart des chercheurs étroitement spécialisés qui avaient adopté les préjugés de leur communauté. Pour une fois alliés objectifs, les sciences positivistes et les philosophies négativistes se sont accordées pour faire obstacle, sinon scientifiquement du moins sociologiquement, à une puissance de pensée qui remettait en cause la légitimité de leur partage historique.

¹ Rappelons que par exemple, suivant le témoignage direct d'Elmar Holenstein [1992] (dont on connaît les études remarquables sur la phénoménologie et le structuralisme jakobsonien), Roman Jakobson parlait dans son article “Structuralisme” pour l'Encyclopédie Einaudi de “three great structuralists: Trubetzkoy, Lévi-Strauss and Thom”.

“Die Wissenschaft denkt nicht” affirmait Heidegger. La science ne peut concerner que les phénomènes et les étants matériels. La pensée, elle, est pensée de l’être et la différence ontologique séparant l’être de l’étant la sépare de la science. Cette thèse de l’impossibilité d’une “science pensante” est constitutive du nihilisme philosophique de notre siècle. C’est elle qu’a mis à mal le programme “sémiophysique” de René Thom. Qu’il se soit heurté à de telles incompréhensions et à de telles résistances montre à quel point la sociologie sommaire des milieux disciplinaires peut primer dans notre pays sur la force d’innovation.

2. L’avenir donnera sans aucun doute raison à René Thom sur bien des points métaphysiques. Nous voudrions monter ici, en évoquant brièvement quelques exemples, que *l’actualité scientifique* lui donne d’ores et déjà raison — et spectaculairement raison — sur nombre de points techniques. Ceux-ci concernent la physique qualitative, la phénoménologie de la perception, la sémio-linguistique et les sciences cognitives. Il est en effet frappant de constater que ces disciplines techniques, actuellement en pleine expansion, retrouvent plus de vingt ans après — en général de façon indépendante — de nombreuses thèses de René Thom. On ne peut que penser à l’extraordinaire bénéfice qu’auraient pu retirer les communautés scientifiques et philosophiques françaises d’un soutien institutionnel et académique plus décidé à des travaux si précurseurs.

3. “Nul n’est prophète en son pays” dit l’aphorisme. En fait, les rares génies qui sont réellement précurseurs sont méconnus *deux fois*. La première fois lorsque leurs conceptions singulières se heurtent à l’incompréhension de leurs pairs. La seconde fois lorsque, longtemps après, les choses ayant mûri, le contexte évolué et la science avancé, d’autres savants, dans d’autres contextes et par d’autres voies, retrouvent des idées analogues. Il est en effet normal que ces derniers les considèrent alors comme leur propre découverte. L’histoire des sciences abonde de tels différés et contre-temps. La sémiophysique thomienne en fournit un remarquable exemple contemporain. Nous voudrions ici, en témoignage de reconnaissance, aider à sa juste évaluation.

II. SEMIOPHYSIQUE ET REALISME METAPHYSIQUE

1. Le programme de recherche de la sémiophysique

L'*Esquisse d'une Sémiophysique*² a considérablement approfondi certaines positions philosophiques antérieures de René Thom. Rappelons son aphorisme final: "Seule une métaphysique réaliste peut redonner un sens au monde" (ESP, p. 225). Comme l'indique l'appellation même de "Sémiophysique" — correspondant à ce que nous nommons pour notre part une "Physique du sens" —, il s'agit d'unifier deux ontologies régionales catégoriquement séparées depuis la rupture galiléenne: celle de l'objectivité physique et celle de la forme et du sens. Le sens dont il est question ici n'est pas celui qui subjugue les herméneutes. Il est inhérent à l'organisation phénoménale du monde sensible en formes, choses, qualités, processus, événements, états de choses, qualitativement structurés et organisés, perceptivement appréhendables et linguistiquement descriptibles.

La thèse réaliste de René Thom est qu'il existe des conditions de possibilité *objectives* de cette structuration intelligible du monde phénoménal macroscopique: "l'intelligibilité est une propriété des phénomènes (interprétés en tant que *Gestalten*) avant toute conceptualisation au sens strict" (ESP, p. 31).

Comme nous avons tenté de le montrer dans un certain nombre de travaux,³ le programme de recherche de la sémiophysique unifie sur la base de sa thèse réaliste plusieurs sous-programmes.

1. La compréhension des processus physiques à partir desquels des formes macroscopiques morphologiquement structurées et organisées peuvent émerger de la physique fine (microscopique) des substrats matériels. Il s'agit de passer de la physique fondamentale à une physique macroscopique qualitative.

La difficulté philosophique est alors d'élaborer une épistémologie correcte de *l'émergence*. Pour qu'il y ait émergence, il faut (au moins) deux niveaux différents d'organisation (l'un "micro" sous-jacent, l'autre "macro" épiphénoménal) qui soient observables à des échelles spatio-temporelles très différentes. Il faut en outre qu'il existe: (i) au niveau sous-jacent, des phénomènes collectifs-coopératifs, distribués et complexes, permettant d'expliquer *causalement* la formation d'états organisationnels globalement cohérents (et en particulier de patterns spatio-temporels morphologiquement structurés), (ii) au niveau supérieur, des *invariants* (invariants au sens d'être indépendants de la structure fine du niveau inférieur) montrant qu'il existe une *autonomie* de la syntaxe organisationnelle de ce niveau.

Toute émergence est donc causalement réductible au niveau inférieur (i.e. épiphénoménale) tout en étant structurellement et fonctionnellement autonome.

² Thom [1988]. Les renvois à cet ouvrage de référence (ESP) seront faits dans le corps du texte.

³ Cf. Petitot [1985], [1992].

2. La compréhension de la façon dont la perception se trouve corrélée à cette physique qualitative.

Les difficultés philosophiques d'une telle conception "réaliste" de la perception sont celles que rencontrent de façon générale les conceptions dites "écologiques" (au sens de James Gibson, 1979) selon lesquelles la perception extrait de l'environnement des invariants *morphologiques* possédant un contenu objectif.⁴ Jerry Fodor et Zenon Pylyshyn les ont bien explicitées dans leur critique radicale de Gibson.⁵ Ils partent du fait que la perception est un processus computationnel de nature symbolique et inférentielle mettant en forme, au moyen de représentations mentales convenablement formatées, des informations issues de la transduction sensorielle. Or les transducteurs rétinien (les photorécepteurs, les cellules ganglionnaires, etc.) ne peuvent être sensibles qu'aux propriétés strictement physiques des signaux lumineux. La perception ne saurait donc extraire du signal des propriétés "écologiques" non strictement physiques qui y seraient encodées. Certes, le signal lumineux contient de l'information sur l'environnement et il existe des corrélations nomologiquement réglées entre certaines de ses propriétés et des propriétés objectives externes. Mais le concept d'information est purement relationnel. Ce ne peut donc être que par inférence que la perception corrèle les façons dont elle formate et représente l'information à des structures et à des propriétés objectives de l'environnement. Selon Fodor et Pylyshyn, les thèses "écologiques" réifient par conséquent le concept d'information. Elles le traitent "as a thing, rather than a relation" (p. 167). "X contient de l'information sur Y" est une relation *sémantique* et dépend donc de la façon dont X est mentalement représenté comme une prémisse d'inférence de X vers Y.

On voit que la difficulté des réalismes écologiques est de dépasser le cercle vicieux suivant: "what we need, of course, is some criterion for being ecological *other than perceptibility*. This, however, Gibson fails to provide"(p. 146). Si l'on n'arrive pas à le faire, alors on doit admettre la thèse que l'objectivité physique ne peut pas être, pour des raisons de principes, phénoménologiquement significative.

Cependant, l'existence prouvable d'un niveau de réalité morphologique (macroscopique et qualitatif, cf. le point 1.) invalide ces arguments et permet de fonder un *écologisme morphodynamique*. L'information morphologique n'est pas sémantique. Non relationnelle, elle est intrinsèquement significative. Elle repose sur des

⁴ L'affirmation célèbre de Thom (1980, p. 170) : "Ne peut-on admettre [...] que les facteurs d'invariance phénoménologique qui créent chez l'observateur le sentiment de la signification proviennent de propriétés *réelles* des objets du monde extérieur, et manifestent la présence *objective* d'entités formelles liées à ces objets, et dont on dira qu'elles sont 'porteuses de signification'?" est un exemple typique de réalisme écologique.

⁵ Cf. Fodor-Pylyshyn [1981].

discontinuités qualitatives. Thom n'a eu de cesse d'affirmer que les discontinuités se propagent de l'objet au sujet et qu'elles constituent par leur saillance l'expérience perceptive première⁶ (ce que confirment d'ailleurs les résultats expérimentaux sur la perception). Elles sont encodables dans le signal lumineux et s'inscrivent sur *le continuum spatial* qui, tout en étant subjectif, est également pleinement objectif puisqu'il est la forme même de l'extériorité.⁷

3. La compréhension de la façon dont les proto-structures du langage s'enracinent elles-mêmes dans les *Gestalten* perceptives.

La principale difficulté de ce point de vue est que, si les proto-structures du langage s'ancrent bien dans la perception, alors il faut comprendre:

(i) comment on peut élaborer une syntaxe topologique et dynamique d'actants perceptifs (il s'agit, nous allons y revenir, de l'une des thèses centrales de Thom, et aussi de l'un des progrès les plus significatifs apportés par les grammaires cognitives);

(ii) comment, dans la mesure où de puissantes traditions nous conduisent naturellement à penser les structures linguistiques formelles en termes de structures logiques, on peut "fonder *le* logique dans la Géométrie" (ESP, p. 16).

4. La compréhension de l'implémentation physique/biologique (en particulier neuronale) de ces structures perceptives et linguistiques.

5. La reformulation sur ces nouvelles bases de structures logico-sémantiques comme la catégorisation des espaces de genres, la prototypicalité, la prédication, l'inférence, etc.

2. Le conflit dialectique des deux réalismes

Si un tel programme est pour certains si difficile à admettre dans son principe, c'est qu'il viole l'"évidence" — en fait le préjugé — d'une scission irrémédiable entre phénoménologie (l'être manifesté du monde sensible apparaissant) et physique (l'être objectif du monde matériel).⁸ La disjonction apparemment bien établie entre physique et phénoménologie transforme l'apparaître du monde sensible en apparences subjectives-

⁶ Cf. par exemple ESP, pp. 17-18.

⁷ Pour des précisions, cf. Petitot [1990].

⁸ On croit en général que le monde apparaissant est un monde immanent "pour nous" et le monde objectif un monde transcendant "en soi". Mais l'on sait depuis Kant que l'objectivité physique n'est pas compatible à un réalisme ontologique de l'en soi. L'objectivité est toujours transcendentale constituée. C'est une objectivité "faible" au sens que les épistémologues de la Mécanique quantique donnent à ce terme. Par ailleurs, l'apport de la sémiophysique est précisément de montrer que l'apparaître phénoménal du monde est lui-même un processus naturel émergeant de l'objectivité physique. Cf. Petitot [1991a].

relatives — en projections mentales — ne possédant aucun contenu objectif et relevant d'une psychologie. Au delà d'une psychologie, on admettra tout au plus comme mode objectif de ces apparences une objectivité de type logique et/ou noématique (cf. les théories de la signification et des contenus mentaux, de Bolzano et de Frege, Husserl ou Russell jusqu'aux versions cognitivistes actuelles de la philosophie analytique).

Ce n'est pas le lieu ici d'aborder techniquement ces difficultés. Evoquons simplement deux exemples.

2.1. Husserl

Husserl a fort bien analysé la façon dont l'objectivation géométrique et physique du monde a détruit les essences morphologiques vagues de la manifestation sensible pour en faire de simples apparences à étudier psychologiquement.

Dans la *Krisis* et dans son appendice qu'est *L'Origine de la Géométrie*, il reprend sa thèse récurrente que le caractère fondamental de l'axiomatique euclidienne a été de permettre *d'anticiper a priori* "par une méthode systématique *a priori* omni-englobante" sur la construction et les propriétés de toutes les entités qui existent *idealiter* dans un univers rationnel infini. Mais ce gain théorique possède un prix très élevé. Car la géométrie n'a pu devenir ce qu'elle est que parce qu'elle s'est "arrachée" au "flux héraclitéen" des formes sensibles et des données changeantes de l'expérience pré-scientifique, que parce qu'elle a forcé l'univers des "essences morphologiques vagues" et des formes anexactes proto-géométriques dans leur rapport d'adéquation aux concepts descriptifs de la langue naturelle.

Or, à partir de Galilée, la physique se caractérise selon Husserl par l'idée "encore plus inouïe" que les mathématiques sont adéquates au réel et donc qu'une science

"posant que la totalité infinie de l'étant en général est en soi une unitotalité rationnelle dominable sans reste par une méthode systématique"⁹

est une science possible. Mais cette Idée possède, comme celle de la géométrie, son refoulé. D'abord, comme la géométrie, celui

"du flux héraclitéen des morphologies sensibles remplissant la spatialité intuitive" (p. 32).

Ensuite celui des qualités sensibles à travers lesquelles les phénomènes se trouvent concrètement donnés dans leur manifestation. Selon Husserl, ces morphologies proto-géométriques et ces qualités secondes ne sont pas mathématisables directement et

⁹ Husserl [1976], p. 27. Nous indiquons dans le texte les pages citées.

“l’évidence galiléenne” consiste à postuler que, comme indices d’objectivité, elles le sont *indirectement* et peuvent être objectivées en formes spatio-temporelles : champs, etc. (on comparera avec l’affirmation de Thom que, en physique, les espaces sémantiques de description sont toujours dérivés de l’espace-temps de base et de son groupe d’invariance et en héritent d’une façon ou d’une autre les propriétés). Mais, du coup, en tant que constitutives de l’apparaître, elles deviennent *ipso facto* subjectives-relatives. Elles ne sont plus qu’apparences et ne possèdent plus comme seule dignité ontologique que celle, résiduelle, d’indices d’une objectivité sous-jacente. D’où la disjonction entre apparaître phénoménologique et être physique ainsi que la substitution, au monde pré-scientifique donné dans l’intuition, d’une substruction théorique et, à la “légalité concrète universelle” de la nature, d’une légalité mathématique et d’un universum de causalité déductive.

C’est sur cette base que Husserl dénonce un “objectivisme” physicaliste qui en arrive à ce paradoxe de rendre incompréhensible la physique elle-même. Dans le § 52 des *Ideen I*,¹⁰ “La chose selon la physique et la ‘cause inconnue’ des apparences”, il développe ce thème avec acuité. Doit-on soutenir que l’apparaître perçu n’est que l’indice d’une vérité physique transcendante, qu’il n’est que pure apparence subjective, “simulacre”, “image-portrait”, “signe” de la “vraie” chose physique (p. 171).

“Pouvons-nous dire maintenant au sens du ‘réalisme’ si répandu, que ce qui est réellement perçu (et ce qui, au premier sens du mot, apparaît) doit, de son côté, être considéré comme l’apparence, comme la base instinctivement pressentie de quelque chose d’autre qui, dans son intimité, lui est étranger et en est séparé?”

“Faut-il voir dans cette autre chose une réalité qu’on demande d’accepter à titre d’hypothèse, à seule fin d’expliquer le cours des vécus de l’apparence, et une réalité totalement inconnue qui serait à l’égard des apparences une *cause* cachée qu’on pourrait seulement caractériser de façon indirecte et analogique par le biais de concepts mathématiques?” (p. 171).

Selon Husserl, cela est philosophiquement absurde. L’objectivité de l’objet d’expérience se constituant au détriment de la manifestation, elle ne saurait, même mathématisée, être prise pour la cause du phénomène dans son apparaître. Il faut par conséquent corrélérer le *X* mathématiquement déterminé (“l’être physiquement vrai”) à l’apparaître se donnant intuitivement comme “chose même” dans les déterminations sensibles du perçu. Il faut conquérir une conception *unitaire* de l’objectivité physique et de la manifestation

¹⁰ Husserl [1950]. Nous indiquons dans le texte les pages citées.

phénoménologique. La phénoménologie a cherché à subordonner la première à la seconde. D'où son échec. La seule possibilité proprement scientifique est, à l'inverse, de subordonner la seconde à la première. Il ne s'agit plus de décrire phénoménologiquement les vécus corrélatifs de la présentation (*Darstellung*), de la présence et de l'émergence de la manifestation phénoménale (*Erscheinung*) à travers des formes et des structures qualitatives données dans l'immédiateté d'une intuition proto-objective, anté-prédicative et pré-judicative. Il s'agit désormais *d'objectiver*, sur des bases physico-mathématiques appropriées, *le processus même de phénoménalisation de l'être physique objectif, ce processus étant lui-même compris comme un phénomène naturel (donc objectivable)*.

2.2. Putnam

Hilary Putnam a également fort bien étudié le conflit entre le réalisme physique et le réalisme du sens commun qui traverse comme une schize notre conception moderne du réel. Dans son essai *The Many Faces of Realism* (1987: The Paul Carus Lectures) il rappelle l'histoire de la distinction entre qualités premières et qualités secondes, l'impossibilité de réduire les qualités secondes à des fonctions mathématiques de variables physiques, ainsi que la genèse du dualisme entre, d'une part, l'objectivité physique (transformée subrepticement en l'ontologie d'une réalité en soi) et, d'autre part, la reconstruction cognitive du monde sensible à partir des sense data. Il rappelle, tout comme Husserl, à quel point ce dualisme (devenu partie du sens commun scientifique) est dommageable. Le concept de sense data est obscur:

“Sense data are, so to speak, the visible symptoms of a systemic disease”(p. 8).

A partir du moment où elles sont inexprimables dans le langage de la physique fondamentale, comment penser les structures et les dispositions qualitatives ainsi que les causalités efficientes et finales génériquement présentées par le monde manifesté? Il faut remettre en question l'opposition communément acceptée entre propriétés intrinsèques (i.e. transcendantes, indépendantes de l'esprit, de la perception et du langage) et propriétés extrinsèques, apparentes, projetées, dispositionnelles. En effet:

“to explain the features of the commonsense world, including color, solidity, causality (...) in terms of a mental operation called «projection» is to explain just about every feature of the commonsense world in terms of thought”(p. 12).

La conséquence en est immédiate et fatale. Le réalisme s'inverse de fait en un pur idéalisme subjectif:

“So far as the commonsense world is concerned (...) the effect of what is called «realism» in philosophy is to deny objective reality, to make it all simply thought”(p. 12).

H. Putnam explique alors que si l'on veut développer sur ces bases un monisme physicaliste, on est contraint d'interpréter les phénomènes mentaux comme des phénomènes physiques complexes et dérivés. Mais, ainsi que l'explicitent les thèses du fonctionnalisme, il n'y a pas de condition nécessaire et suffisante (CNS) caractérisant les contenus mentaux et les attitudes propositionnelles qui soit formulable dans le langage physique ou le langage computationnel. Une telle CNS serait en effet infinie et sans règles de construction effective. L'intentionnalité de la conscience demeure, semble-t-il, irréductible au physique et au computationnel. Mais alors, elle devrait être elle-même pensée comme projection, ce qui est absurde.

Comme on le sait, la réponse d'H. Putnam à ces apories de l'intentionnalité est celle d'un *réalisme interne* qui soit compatible avec un *relativisme conceptuel* (les métanotions catégoriales d'objet, d'ensemble, d'existence, de réalité, de cause, etc. n'ont pas de sens absolu, mais seulement un usage) et permette de préserver le réalisme du sens commun tout en évitant les contradictions du réalisme métaphysique. Il existerait non pas de simples dichotomies mais des *continua* entre Sujet et Objet, Vérité et Usage, Projection et Réalité objective. Selon le réalisme interne, les métaconcepts d'être, de réalité, de vérité sont toujours relatifs au choix d'un langage et de schèmes conceptuels. Mais à l'intérieur de chaque schématisme l'objectivité et la vérité peuvent être atteintes. Le réalisme interne renoue donc, selon Putnam, avec l'idée kantienne de Logique transcendantale: en matière de science et de connaissance une ontologie de l'être en soi est contradictoire et doit être substituée par des ontologies régionales (au sens de Husserl) qui *légalisent* transcendentalement (catégoriellement et schématiquement) des domaines d'objets en *prescrivant* leur *type* d'objectivité. Les concepts d'être, de réalité, de vérité y sont subordonnés.¹¹

3 . La sémiophysique comme ontologie régionale de la manifestation et phénoménologie naturalisée

La vocation d'une sémiophysique a été dès l'origine de dépasser le dualisme des réalismes de l'objectivité physique et du sens commun en utilisant comme point d'Archimède une théorie dynamique des formes organisées — une morphodynamique.

¹¹ Pour des précisions sur la philosophie transcendantale et le problème de l'objectivité, cf. Petitot [1991a], [1992].

Pour ce faire, elle traite comme un phénomène naturel la manifestation morphologique du monde sensible apparaissant. Elle élabore *une phénoménologie naturalisée fondée sur une philosophie de la nature*.¹² En dépassant d'une part le "hiatus infranchissable entre le logique et le morphologique" et en enracinant d'autre part le morphologique dans le physique, elle constitue la première théorie scientifique naturaliste acceptable des relations entre les ordres respectivement *physique et logico-symbolique*. Elle développe un *monisme naturaliste* qui s'oppose aux dualismes classiques. Certes, il existe d'autres théories des liens entre le physique et le symbolique qui sont actuellement utilisées dans les sciences cognitives. Elles reposent sur une analogie avec les liens entre le matériel (hardware) et le logiciel (software) que l'on rencontre en informatique dans l'implémentation des programmes. Mais adopter sans plus de réflexion cette analogie pour les systèmes physiques-symboliques *naturels* ne va pas de soi car il faut alors faire intervenir l'évolution comme un *deus ex machina* qui remplacerait un Dieu ingénieur informaticien et réaliserait une harmonie préétablie entre le physique et le symbolique.

Comme Thom l'a souvent souligné, la seule façon de sortir de cette aporie est de relier les *structures formelles* du niveau symbolique (qui, d'une façon ou d'une autre, sont des formes logiques) avec les *dynamiques* qui régissent le niveau physique. On retrouve ici exactement la même situation que pour les modèles "systémiques" de la biologie. Toute la difficulté est de relier "le formalisme cybernétique et le formalisme différentiel de la dynamique"(ESP, p. 46).

La plupart des avancées du programme de recherche "catastrophiste" de la morphodynamique et de la sémiophysique s'inscrivent dans cet horizon d'une phénoménologie naturalisée. Or, il est frappant de voir à quel point ils ont pu anticiper, et de façon très remarquable, sur de nombreux travaux scientifiques actuellement des plus reconnus. En fait, il me semble même qu'il n'y a plus guère désormais que deux idées directrices majeures de René Thom qui demeurent encore profondément méconnues.

1. La théorie *matérialiste* de la *finalité*, c'est-à-dire de la vocation fonctionnelle des structures. Dans les anciens modèles catastrophistes dits "métaboliques" le niveau fonctionnel consistait à attribuer une signification fonctionnelle d'abord à la topologie des attracteurs des dynamiques internes locales (des régimes métaboliques locaux), puis ensuite aux strates de bifurcation déployant dans les espaces substrats les instabilités de ces dynamiques (point de vue approfondi depuis par la reprise du concept aristotélicien d'anhoméomère). Dans l'*Esquisse* se trouve développée l'idée supplémentaire que la finalité peut s'interpréter comme une programmation stabilisante de situations naturellement *non génériques*.

¹² Sur le plan de la tradition phénoménologique, ce projet confère un statut scientifique à de remarquables anticipations de Maurice Merleau-Ponty dans ses derniers cours au Collège de France (1968). Cf. Petitot [1993a].

“L’animé sait *exploiter* les régularités naturelles pour stabiliser des connexions qui dans le monde inanimé seraient accidentelles, non génériques.”(p. 222).

2. La théorie des prégnances, c’est-à-dire de la valeur signifiante des formes saillantes pour une subjectivité (ce que Kant appelait déjà la “finalité subjective formelle” des formes naturelles organisées, qu’il opposait à leur “finalité interne objective”). A ce niveau, la sémiophysique rejoint l’éthologie animale, l’anthroposémiotique et la métapsychologie.

On peut toutefois noter que ces dimensions fonctionnelles et sémiotiques sont intimement liées aux problématiques de l’émergence évoquées plus haut. Elles correspondent à ce que l’on appelle “l’émergence sémantique (créative de fonctions qualitativement nouvelles permettant d’augmenter l’ancrage sémantique dans le monde: (...) l’émergence sémantique implique la création de nouvelles significations), [et] l’émergence pragmatique (création de nouvelles mesures de performance, ce qui induit en particulier l’apparition de nouvelles fonctions «fitness»)."13

Gageons donc que dans quelques années la communauté scientifique internationale aura su redécouvrir ces idées et qu’elles nous reviendront comme autant de nouveautés radicales...

III. PHENOMENES CRITIQUES ET PHYSIQUE QUALITATIVE

En ce qui concerne la physique macroscopique des formes, les travaux de René Thom appartiennent, on le sait, à ce vaste courant des théories qui ont montré comment une (auto)-organisation spatio-temporelle pouvait émerger d’interactions physiques élémentaires. Dans ce genre de situations, les phénomènes sous-jacents sont en général des phénomènes coopératifs et collectifs typiquement complexes: phénomènes critiques (de type transitions de phases), états critiques auto-organisés, chaos déterministe, etc. Ce n’est pas le lieu ici de revenir sur ces acquis fondamentaux, désormais bien connus, qui ont bouleversé les conceptions classiques de la physique.¹⁴ Nous voudrions plutôt insister sur deux points:

- (i) le lien avec la physique qualitative et la physique naïve,
- (ii) le transfert de ces modèles physico-mathématiques vers les sciences cognitives.

¹³ Cariani [1991]. Cité dans Bonabeau [1992].

¹⁴ Cf. les ouvrages de Thom et de Zeeman. Pour quelques exemples, cf. LTC [1989]. Pour une introduction élémentaire, cf. Petitot [1989a], [1992].

La physique qualitative et la physique naïve élaborent des analyses *conceptuelles* de la physique qui sont inspirées de l'intelligence artificielle. Pragmatiquement, il s'agit de savoir de quelles connaissances physiques *sommaires mais pragmatiquement efficaces* (i.e. relevant du sens commun) on doit doter une machine (par exemple un robot) pour qu'elle puisse interagir correctement avec son environnement.¹⁵ Pour des raisons évidentes de complexité calculatoire, ces connaissances ne peuvent pas être celles de la physique fondamentale, ou même celles de la physique macroscopique exacte (la mécanique par exemple). Pour arriver à une connaissance pratiquement utilisable, on doit *simplifier* au maximum les équations différentielles de la physique et se focaliser sur les comportements *qualitatifs significatifs* des systèmes (traversées de seuils, points critiques, valeurs critiques des contrôles et bifurcations, etc.). On peut même pousser plus loin la simplification et, comme l'a proposé Patrick Hayes avec sa physique "naïve", ramener ces connaissances physiques spontanées à des schèmes conceptuels de base (qui se substituent aux équations et à leurs solutions). On constate alors que ces derniers sont de nature *topologico-dynamique* et ressemblent étonnamment à ceux dégagés autrefois par la phénoménologie et la Gestaltthéorie puis retrouvés par les études de linguistique cognitive: places et positions spatiales (relations d'intériorité, d'extériorité, de positionnement relatif, chemins spatio-temporels, bords, frontières, obstacles, etc.), qualités remplissant des domaines spatiaux, processus temporels, événements d'interaction entre actants spatio-temporels, mouvements, forces, etc.

Barry Smith a insisté sur le caractère *néo-aristotélicien* de ces points de vue approchant la physique en termes de structures conceptuelles et de représentation des connaissances.¹⁶ Contrairement à la plupart des spécialistes, qui défendent une conception soit pragmatique-instrumentaliste (la physique naïve est utile à un niveau descriptif et inférentiel mais ne possède aucun contenu objectif propre) soit psychologique-cognitive (la physique naïve relève d'une théorie des "modèles mentaux" constitutifs du sens commun), il défend quant à lui une conception *ontologique*. Selon lui, la physique naïve relève d'une *ontologie qualitative* (aristotélicienne) du monde réel.

La morphodynamique thomienne a anticipé de façon remarquable sur ces progrès, et continue d'ailleurs à le faire.¹⁷

(i) D'abord, elle a été la première à relier explicitement les équations différentielles régissant la physique des systèmes matériels avec une description mathématique des structures morphologiques qualitatives émergentes.

¹⁵ On peut considérer que le fondateur de la physique naïve est, bien avant l'apparition de l'IA, le philosophe des sciences Ferdinand Gonseth. Pour une introduction à la physique qualitative, cf. Kleer, Brown [1984]. Pour la physique naïve, cf. Hayes [1985].

¹⁶ Cf. Smith [1993].

¹⁷ Cf. Petitot, Smith [1991].

(ii) Ensuite, elle a compris que la situation morphologique de base était une situation où *l'extension* spatio-temporelle du substrat matériel étudié *contrôlait* les processus physiques internes au substrat. D'où la célèbre dialectique entre l'espace externe W (l'extension spatio-temporelle) et les "dynamiques internes" X_w qui sont définies sur un espace interne M et dont les attracteurs définissent les états internes du substrat. Les instabilités des X_w se déploient dans W comme des phénomènes critiques et y engendrent des morphologies.

(iii) Elle a également insisté sur le caractère fondamentalement néo-aristotélicien de cette physique et de cette dynamique qualitatives. L'insistance de René Thom sur la synéchologie et la physique aristotélicienne se révèle être d'une pertinence fondamentale. Elle constitue un tournant — le "morphological turn" — dans l'approche des significations conceptuelles. Si la philosophie ne se réduisait pas si souvent dans notre pays au conflit obsolète et stérile entre une érudition coupée de toute actualité scientifique et une déconstruction d'herméneutiques politiques, culturelles ou théologiques, si, comme la philosophie anglo-saxonne qu'elle brocarde, elle avait su maintenir, en collaboration étroite avec les sciences, l'exigence de la pensée comme *connaissance*, il est certain que le redéploiement de l'aristotélisme dans le cadre d'une sémiophysique serait apparu pour ce qu'il est en vérité: non pas une nostalgie singulière mais l'extrême pointe d'une avant-garde *techno-scientifique*.

(iv) Enfin, de par son attention portée à la perception et au langage, la physique qualitative thomienne se prolonge en une physique naïve. Elle corréle à ce titre une ontologie qualitative avec une morphodynamique cognitive.

IV. RESEAUX DE NEURONES ET RESEAUX D'OSCILLATEURS

Faisons maintenant quelques remarques sur le transfert de la physique mathématique des systèmes complexes aux systèmes cognitifs.

Lorsqu'à la fin des années 60, René Thom et Christopher Zeeman introduisirent la thèse que c'était l'approche qualitative des dynamiques neurales¹⁸ qui devait fonder l'analyse scientifique des processus perceptifs, sémio-linguistiques et cognitifs, cette affirmation fut accueillie avec réserve. Depuis, le développement fulgurant des théories dynamiques et des technologies informatiques des réseaux neuro-mimétiques ont fait justice de cette injustice. Sans aller toutefois jusqu'à reconnaître l'indéniable droit de priorité des précurseurs.

¹⁸ L'approche en termes de dynamique qualitative est inséparable de celle effectuée en termes de physique statistique.

1. Réseaux neuro-mimétiques

Sous sa forme la plus simple, un réseau de neurones formels consiste en la donnée de N unités u_i dont l'état d'activation y_i varie dans un certain espace d'états S . Les cas les plus utilisés sont $S = \{0, 1\}$, $\{-1, 1\}$, $[0, 1]$. Un état global instantané du réseau est donc décrit par le vecteur $\mathbf{y}=(y_i)_{i=1,\dots,N}$ de l'espace de configurations $M = S^N$. M a le statut d'un espace interne. Les unités u_i sont connectées entre elles par des connexions de poids synaptique w_{ij} . Les w_{ij} déterminent le *programme de calcul* du réseau. Les $w_{ij} > 0$ correspondent à des connexions excitatrices et les $w_{ij} < 0$ à des connexions inhibitrices. On a en général $w_{ij} = 0$.

Le réseau "calcule" de la façon suivante. Chaque neurone u_i reçoit des signaux afférents venant de ses neurones présynaptiques, "calcule" (i.e. change d'état interne en fonction d'une loi de transition) et envoie un signal efférent à ses neurones postsynaptiques.

On définit en général l'input de l'unité u_i comme la somme pondérée des signaux afférents:

$$h_i = \sum_{j=1}^{j=N} w_{ij} y_j, \text{ i.e. } \mathbf{h} = \mathbf{w}\mathbf{y}.$$

Les neurones u_i sont traités comme des automates à seuil dont l'état interne est régi par une loi de transition locale du type:

$$y_i(t+1) = g(h_i(t) - T_i), \text{ i.e. } \mathbf{y}(t+1) = g(\mathbf{h}(t) - \mathbf{T})$$

où T_i est un seuil et g une fonction gain. On a typiquement:

- g = fonction de Heaviside si $S = \{0, 1\}$,
- g = fonction signe si $S = \{-1, 1\}$,
- g = sigmoïde = $1/(1+e^{-x})$ si $S = [0, 1]$.

Les w_{ij} et les T_i parcourent un espace de contrôle W ayant le statut d'un espace externe.

La dynamique globale du réseau s'obtient en agrégeant les lois de transition locales et en les itérant. Elle caractérise le réseau comme calculateur.

Dans la limite d'un temps continu, on obtient un grand système d'équations différentielles du type:

$$\dot{\mathbf{y}} = -\mathbf{y} + g(\mathbf{w}\mathbf{y} - \mathbf{T}).$$

Dans la limite d'un continuum spatial de neurones on obtient des équations aux dérivées partielles (sur des densités) du type:

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -y(x,t) + g\left(\int [w(x,z)y(z,t) - T(x)] dz\right).$$

Sous l'hypothèse d'un feed-back complet (bouclage des entrées sur les sorties) ce sont les *états asymptotiques* du système — et en particulier *ses attracteurs* — qui sont significatifs.¹⁹ Les attracteurs définissent les états internes du réseau. De tels modèles

¹⁹ Cf. Amit [1989].

sont par conséquent des cas particuliers de modèles morphodynamiques. Le phénomène dynamique de base est alors la capture asymptotique d'un état global instantané \mathbf{y}_0 du réseau par un attracteur A . Les réseaux neuro-mimétiques calculent donc d'une façon radicalement différente de celle d'une machine de Turing-von Neumann. Ce sont des calculateurs dynamiques bifurquant d'attracteurs en attracteurs.

Les dynamiques que l'on peut obtenir ainsi sont en général d'une redoutable complexité. Par exemple, dans le cas (totalement irréaliste sur le plan neurobiologique) où les connexions sont *symétriques*, Hopfield a remarqué que, pour $S = \{-1, +1\}$ et $g =$ fonction signe, les équations du réseau sont celles d'un système de spins en interaction. L'énergie minimisée par la dynamique est alors donnée par:

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i \neq j} w_{ij} y_i y_j + \sum_i T_i y_i .$$

Dans la mesure où les poids synaptiques w_{ij} fonctionnent comme l'analogie de constantes de couplage et où ils sont, de façon très intriquée, à la fois >0 et <0 , ces systèmes — qui exemplifient le cas *le plus simple* de réseaux de neurones formels — correspondent au cas *le plus complexe* de systèmes de spins, celui des verres de spins.²⁰ Leur énergie présente un nombre considérable de minima relatifs locaux (états métastables) et pour accéder aux minima absolus globaux (états stables) les méthodes classiques du genre descente de gradient sont inopérantes. Il faut utiliser des algorithmes sophistiqués de physique statistique comme celui du *recuit simulé* (simulated annealing).²¹ On introduit un bruit dans le système, i.e. une "température" computationnelle T . On part d'une configuration initiale \mathbf{y}_0 à haute température (de façon à avoir accès à tous les bassins). On tire au hasard une configuration voisine \mathbf{y}_1 . Si $\Delta E < 0$ on effectue la transition. Si $\Delta E > 0$, on effectue la transition avec la probabilité

$$\frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\Delta E}{T}\right)}$$

(cela permet de remonter les seuils). On itère jusqu'à un minimum local. On baisse alors T et on recommence le processus. On peut montrer que si T décroît suffisamment lentement (par exemple si $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n \log n = c \geq D$ où D est la profondeur maximale des minima locaux non globaux) alors ce processus stochastique converge vers un minimum absolu lorsque $T \rightarrow 0$. Les minima absolus sont les configurations \mathbf{y} sur lesquelles se concentre lorsque $T \rightarrow 0$ la distribution de Gibbs:

$$G_T(\mathbf{y}) = \frac{1}{Z_T} \exp\left(\frac{-E(\mathbf{y})}{T}\right) ,$$

où Z_T est la fonction de partition:

$$Z_T = \sum_{\mathbf{y} \in M} \exp\left(\frac{-E(\mathbf{y})}{T}\right) .$$

²⁰ Cf. par exemple Mezard et al. [1987].

²¹ Cf. Azencott [1988].

Lorsque les poids synaptiques deviennent *asymétriques*, il n'existe plus de fonction énergie et la dynamique peut devenir d'une grande complexité. Steve Renals et Richard Rohwer ont considéré des systèmes:

$$y_i(t+1) = g\left(r \sum_{j=1}^{j=N} w_{ij} y_j(t)\right)$$

où r est la pente de la sigmoïde. Ils en ont analysé les spectres (les transformées de Fourier):

$$P_i(k) = \frac{1}{T} \left[\sum_{t=0}^{t=T-1} y_i(t) \exp\left(-\frac{2i\pi kt}{T}\right) \right]^2, \quad k = 0, 1, \dots, T/2$$

et ont étudié les bifurcations présentées par le comportement des états d'activité y_i lorsque r varie (cf. figure 1).

FIGURE 1

Ils ont retrouvé ainsi de nombreux scénarios classiques de route vers le chaos et en particulier, pour $r \in [12, 14]$, la route par doublement de période, i.e. la cascade sous-harmonique de Couillet-Feigenbaum-Tresser. Ils ont trouvé pour valeur de la constante universelle δ de Feigenbaum intervenant dans la récurrence

$$r_n = r_\infty - \text{cste} \cdot \delta^{-n} \quad (\text{i.e. } \frac{r_n - r_{n-1}}{r_{n+1} - r_n} = \delta)$$

la valeur $\delta = 4.67 \pm 0.04$, ce qui est en excellent accord avec la valeur standard $\delta = 4,6692016091029909$.²²

H. Sompolensky, M. Samuelides et B. Tirozzi ont aussi étudié de tels systèmes lorsque N devient très grand et lorsque les poids synaptiques w_{ij} (asymétriques) sont des variables aléatoires (par exemple gaussiennes) de moyenne nulle et de variance w^2/N .²³ Pour la valeur critique $rw = 1$, ils présentent une transition de phase d'un régime convergent vers un régime chaotique. Samuelides a en particulier étudié les routes vers le chaos dans le cas où les systèmes sont *dilués* (presque tous les $w_{ij} = 0$), où il existe des seuils T_i et où les variables aléatoires w_{ij} ne sont plus centrées.

De très nombreux résultats de cet ordre montrent qu'il est devenu désormais possible de donner un statut rigoureux à la thèse thomienne évoquée plus haut que les contenus mentaux sont des attracteurs de systèmes dynamiques implémentés dans des réseaux de neurones et que, par conséquent, *les fonctions cognitives doivent être conçues en termes de morphodynamique et de thermodynamique neurales*.

²² Cf. Renals, Rohwer [1990].

²³ Cf. Sompolensky, Crisanti, Sommers [1988], Doyon, Cessac, Quoy, Samuelides [1993] et Tirozzi, Tsodkys [1991].

Les modèles connexionnistes ont d'ailleurs retrouvé d'autres thèses thomiennes. Par exemple, les phénomènes de *catégorisation* y sont pensés comme résultant de la partition d'un espace interne M en bassins d'attraction d'attracteurs qui fonctionnent comme autant de *prototypes*. Ce que les psychologues appellent les "gradients de typicalité" s'interprètent alors comme des fonctions de Liapounov sur ces bassins. Quant à l'opposition typique/non typique (i.e. générique/spécial), elle se trouve géométrisée à travers la stratification de M par les variétés stables de la dynamique interne. Ces phénomènes dynamiques de catégorisation permettent aux réseaux de neurones de fonctionner comme des mémoires associatives (des mémoires accessibles par le contenu, ce qui les distingue des RAM des ordinateurs classiques).

En ce qui concerne la compréhension dynamique des catégorisations — i.e. la théorie des genres et des espèces —, René Thom est d'ailleurs allé d'emblée beaucoup plus loin que les modèles connexionnistes développés postérieurement puisqu'il a aussi considéré les catégorisations induites dans des espaces *externes* par le déploiement des singularités des dynamiques internes. De telles catégorisations externes interviennent naturellement chaque fois que des états internes dépendent de paramètres de contrôle. Tel est par exemple le cas en phonétique où les dynamiques internes sont des dynamiques acoustiques (définissant en particulier les formants, i.e. les pics du spectre continu modulant le spectre harmonique, pics qui reflètent la géométrie des résonateurs du tractus vocal) et où les contrôles externes sont des indices acoustiques comme le voisement ou des indices articulatoires comme le point d'articulation.²⁴

Dans la théorie des réseaux de neurones, il n'y a guère qu'à propos de *l'apprentissage* que la problématique des espaces externes intervient. L'apprentissage peut se concevoir comme *le problème inverse* de celui qui, étant donnée la matrice \mathbf{W} des poids synaptiques, consiste à trouver les attracteurs de la dynamique $Y_{\mathbf{W}}$. Il s'agit de se donner a priori des attracteurs et de trouver un \mathbf{W} . Certains algorithmes ont été développés à cette fin, en particulier celui dit de *rétropropagation* qui consiste à partir d'une matrice initiale \mathbf{W}_0 , à calculer l'écart entre les attracteurs de $Y_{\mathbf{W}_0}$ et les attracteurs désirés et à rétropropager l'erreur en ajustant \mathbf{W}_0 . De tels algorithmes définissent des dynamiques externes *lentes* dans les espaces externes W de poids synaptiques.

Mais, là encore, le point de vue morphodynamique reste très en avance sur les théories connexionnistes. En effet, il met en relief le fait que dans de tels systèmes lents/rapides il existe dans W *une stratification catégorisante* les $Y_{\mathbf{W}}$ en différents types qualitatifs. Cette stratification est une partition de W par un fermé catastrophique K (un système de frontières). Les algorithmes comme la rétropropagation fournissent des dynamiques externes qui ne sont définies que dans les strates ouvertes (les composantes connexes de $W-K$, i.e. les catégories de $Y_{\mathbf{W}}$). Mais le propre d'un apprentissage est en

²⁴ Pour une analyse morphodynamique de la catégorisation phonétique, cf. Petitot [1989e].

général de complètement transformer le type qualitatif de $Y_{\mathbf{w}}$. Il faut donc comprendre comment les dynamiques de rétropropagation définies sur les différentes strates ouvertes se recollent le long de K . Ce problème est encore totalement ouvert.²⁵

2. Réseaux d'oscillateurs

Un exemple particulièrement intéressant de systèmes complexes pouvant présenter des patterns spatiaux hautement structurés morphologiquement est fourni par les réseaux d'oscillateurs faiblement couplés. En passant à la limite d'un continuum d'oscillateurs dont le paramètre d'ordre (la phase moyenne) Z dépend de la position spatiale, on obtient des équations du type :

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = \lambda Z - \mu |Z|^2 Z + \gamma_n \bar{Z}^{n-1} + \nu \Delta Z,$$

où λ , μ et ν sont des paramètres complexes et γ_n un paramètre réel.

Pierre Coulet (1992) a montré que les solutions de telles équations permettent de modéliser une très riche variété de patterns spatiaux : turbulence développée, défauts, ondes spirales, cellules hexagonales, réseaux de bandes, etc. (cf. figure 2).

FIGURE 2

Or, de tels modèles physiques ont été également transférés récemment aux sciences neurocognitives, et cela pour des raisons théoriques fondamentales.

Au-delà des problèmes de structure morphologique que nous avons évoqués, le problème cognitif considéré est celui de la “*constituance*” des *représentations mentales*, par exemple des scènes perceptives. Il est central pour tous les traitements cognitifs de haut niveau car ceux-ci sont causalement sensibles à la structure en constituants des représentations mentales (cela est particulièrement évident dans le cas du langage). On l'appelle aussi le “binding problem”, celui du *lien* entre les constituants. Il est facile à comprendre. Au niveau neuronal, les représentations mentales sont implémentées de façon *distribuée* sur un très grand nombre d'unités élémentaires. Comment donc arriver à en extraire des constituants et des relations entre ces constituants?

L'une des hypothèses actuellement les plus discutées repose sur le *codage temporel* des processus mentaux. Elle est que la cohérence, l'unité, des constituants d'une représentation se trouve encodée par la *synchronisation* (accrochage de fréquence et de phase) de réponses neuronales oscillatoires. La *phase* commune des oscillateurs

²⁵ L'un des très rares spécialistes à s'être intéressé à la façon dont les algorithmes d'apprentissage deviennent instables lorsque le système présente des bifurcations est Kenji Doya.

synchronisés implémentant un constituant peut alors servir d'étiquette pour ce constituant dans des processus de traitement ultérieurs. D'où le nom de "labeling hypothesis".²⁶

Il existe de nombreuses confirmations expérimentales d'oscillations synchronisées des colonnes et hypercolonnes corticales (en particulier dans le cortex visuel primaire), la synchronisation étant sensible à la constituance des stimuli, à la cohérence de leurs constituants (travaux de Charles Gray, Wolf Singer, Peter König, Andreas Engel, 1992).

En ce qui concerne la modélisation, on montre d'abord que des colonnes corticales peuvent effectivement fonctionner comme des oscillateurs élémentaires. Elles sont constituées d'un grand nombre de neurones excitateurs et inhibiteurs. En moyennant sur ces deux groupes les équations standard, on obtient un système de deux équations (équations de Wilson-Cowan). On montre alors que l'état d'équilibre subit une bifurcation de Hopf lorsque l'intensité du stimulus dépasse un certain seuil.

On est ainsi conduit à étudier des réseaux constitués d'un grand nombre N d'oscillateurs F_i dont la fréquence propre ω_i dépend de l'intensité du stimulus à la position i . Soient θ_i leurs phases et $\varphi_i = \theta_{i+1} - \theta_i$ leurs différences de phases. Les équations du système sont du type :

$$\dot{\theta}_i = \omega_i - H(\varphi_1, \dots, \varphi_{N-1}).$$

Les systèmes les plus courants sont du type :

$$\dot{\theta}_i = \omega_i - \sum_{j=1}^{j=N} K_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)$$

où les K_{ij} sont des constantes de couplage. Ce sont des systèmes typiquement complexes que l'on peut étudier avec des méthodes de physique statistique (travaux de Kuramoto, Daido, etc.) et de dynamique qualitative (travaux d'Ermentrout et Kopell, par exemple 1990, etc.).

Par exemple, dans le cas d'une seule constante de couplage et d'une totale connectivité, Y. Kuramoto (1987) a analysé en détail le système :

$$\dot{\theta}_i = \omega_i - \frac{K}{N} \sum_{j=1}^{j=N} \sin(\theta_i - \theta_j).$$

Pour ce faire, il a introduit le *paramètre d'ordre* qu'est la phase moyenne :

$$Z(t) = |Z(t)| e^{i\theta_0(t)} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i\theta_j(t)}$$

et a étudié le système équivalent:

$$\dot{\theta}_i = \omega_i - K |Z| \sin(\theta_i - \theta_0).$$

Si les fréquences ω_i sont tirées au hasard suivant une loi $g(\omega)$ représentant les régularités statistiques de l'environnement (en prenant un repère tournant on peut supposer g centrée sur 0), la synchronisation globale est une *transition de phase* s'effectuant pour la valeur critique $K_c = 2/\pi g(0)$ de la constante de couplage.

²⁶ Cf. Atiya, Baldi [1989].

Kuramoto cherche d'abord des solutions $Z = \text{constante}$. Après avoir classé les oscillateurs en deux groupes: le S -groupe des oscillateurs pouvant se synchroniser i.e. satisfaisant

$$\dot{\theta}_i = 0 \text{ et donc } \left| \frac{\omega_i}{KZ} \right| \leq 1$$

et le D -groupe des oscillateurs ne le pouvant pas parce que

$$\left| \frac{\omega_i}{KZ} \right| > 1 ,$$

il montre que seul le S -groupe intervient dans la synchronisation. En écrivant que

$$Z = \int_0^{2\pi} n_0(\theta, t) e^{i\theta} d\theta$$

où $n_0(\theta, t)$ est la distribution des phases à l'équilibre au temps t et en écrivant que

$$n_0(\theta, t) d\theta = g(\omega) d\omega \text{ avec } \omega = K|Z| \sin(\theta - \theta_0),$$

il obtient une équation d'auto-consistance $Z = S(Z)$ qu'il développe au voisinage de $Z = 0$. Il obtient ainsi l'équation

$$\varepsilon Z - \beta |Z|^2 Z = 0$$

avec $\varepsilon = \frac{K - K_c}{K_c}$, $\beta = -\frac{\pi}{16} K_c^3 g''(0)$.

L'analyse de la stabilité des solutions montre que la solution $Z=0$, qui est stable pour $K \approx 0$ (oscillateurs découplés), devient instable à la traversée de $Z=Z_c$.

Kuramoto établit ensuite, sous une hypothèse de quasi-adiabaticité, l'évolution du paramètre d'ordre Z . Il obtient une équation du type :

$$\xi \frac{dZ}{dt} |KZ|^{-1} = \varepsilon Z - \beta |Z|^2 Z .$$

Il étudie ensuite les fluctuations, en particulier au voisinage du point critique lorsqu'elles deviennent géantes et entraînent la transition de phase.

H. Daido (1990) a étudié quant à lui les systèmes :

$$\dot{\theta}_i = \omega_i - K \sum_{j \in V_i} \sin(\theta_i - \theta_j)$$

où V_i est l'ensemble des plus proches voisins de l'oscillateur de rang i sur un réseau cubique de dimension d . Par des méthodes du groupe de renormalisation, il a montré que, si la loi $g(\omega)$ est asymptotiquement une loi de puissance :

$$g(\omega) \sim |\omega|^{-\alpha-1} , \alpha \in]0, 2[,$$

alors le système est équivalent à un système découplé (et donc non synchronisable) pour :

$$\beta = 1 - \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{d} < 0 .$$

De façon plus précise, si l'on décompose le réseau en $M = L^d$ blocs de taille L (l'unité de longueur étant la maille du réseau initial) et si l'on moyenne les fréquences ω_i et les phases θ_i sur les blocs B_k (ce qui donne des fréquences Ω_k et des phases φ_k) l'opération de renormalisation est donnée par:

$$\begin{cases} \tau & = t M^{(1-\alpha)/\alpha} \\ \varphi_k^* & = \varphi_k - (\gamma_M / M) t \end{cases}$$

où γ_M est défini par le fait que la fréquence

$$\omega_n^* = \frac{(\sum_{i=1}^n \omega_i - \gamma_n)}{n^{1/\alpha}}$$

obéit à une loi de distribution stable de fonction caractéristique

$$\langle \exp(iz\omega^*) \rangle = \exp(-|z|^\alpha) .$$

[Rappelons que si X est une variable aléatoire de fonction de répartition

$$F(x) = P(X < x) ,$$

sa fonction caractéristique est la transformée de Fourier

$$G(z) = \langle \exp(izx) \rangle = \int \exp(izx) dF(x) .$$

Les lois *stables* sont des lois indéfiniment divisibles (c'est-à-dire qui peuvent être considérées comme des sommes de variables aléatoires infiniment petites indépendantes: toutes les $(G(z))^\alpha$ pour $\alpha > 0$ sont des fonctions caractéristiques) dont la classe est stable par combinaisons linéaires. On montre que leur fonction caractéristique est alors du type

$$G(z) = \exp \left[\left(-c_0 + \frac{iz}{|z|} c_1 \right) |z|^\alpha \right]$$

avec $\alpha \in]0, 2[$, $c_0 \geq 0$ et $|c_1 \cos \frac{\pi}{2} \alpha| < |c_0 \sin \frac{\pi}{2} \alpha|$. On a ici $c_0 = 1$ et $c_1 = 0$].

Daido obtient ainsi les équations renormalisées:

$$\frac{d\varphi_k^*}{d\tau} = \omega_{M,k}^* - KM^\beta \sum_{l \in J_k} \sin_{lk}^* (\varphi_l^* - \varphi_k^*)$$

avec $\beta = 1 - 1/\alpha - 1/d$, $J_k = \{\text{blocs } B_l \text{ voisins du bloc } B_k\}$, le couplage effectif étant donné par:

$$\sin_{lk}^* (\varphi) = M^{(1-d)/d} \sum_{\substack{(i,j) \\ i \in B_l, j \in B_k}} \sin(\varphi + \psi_{l,i} - \psi_{k,j})$$

où pour $j \in B_m$, $\psi_{m,j}$ est l'écart de la phase θ_j à la phase moyenne φ_m sur B_m : $\theta_j = \varphi_m + \psi_{m,j}$.

Le fait de base est que pour $\beta < 0$, le système est attiré par le point fixe *trivial*

$$\frac{d\varphi_k^*}{d\tau} = \omega_k^* \text{ (où } \omega_k^* = \lim_{M \rightarrow \infty} \omega_{M,k}^* \text{)}$$

du groupe de renormalisation. Les interactions tendent vers 0 et il ne peut y avoir de synchronisation. Cela n'empêche évidemment pas un phénomène de *clustering*. Au fur et à mesure que le couplage K augmente, des oscillateurs de plus en plus nombreux se synchronisent. Mais il ne s'agit plus d'une transition de phase.

Une fois mieux comprises les propriétés de synchronisation de tels systèmes d'oscillateurs, on peut construire, sur la base de la "labeling hypothesis", des modèles de fonctions cognitives de haut niveau. Par exemple Erik Lumer (1992) a proposé tout récemment une théorie du processus d'*attention* permettant de se focaliser sur un constituant d'une scène perceptive. Elle consiste à extraire la phase d'un groupe synchronisé au moyen d'un "phase tracker" et à l'utiliser comme label.

V. GEOMETRIE DE LA PERCEPTION ET “SCALE SPACE ANALYSIS”

René Thom a souvent insisté sur le fait que la saisie des discontinuités qualitatives constituait le phénomène perceptif de base. Comme nous l’avons vu, son réalisme perceptif repose sur cette thèse. La conséquence en est qu’il faut penser la perception comme une implémentation *d’algorithmes géométriques de traitement de singularités génériques* (par exemple les singularités génériques des contours apparents d’objets). Là encore les développements récents des théories de la perception lui donnent spectaculairement raison.

1. Compression de l’information par les cellules ganglionnaires de la rétine et analyse en ondelettes

Dès le traitement périphérique de l’information encodée dans le signal optique les algorithmes visuels sont finalisés de façon essentielle par la détection de discontinuités.²⁷ Depuis les travaux de David Marr à la fin des années 70, l’une des hypothèses qui semble le mieux confirmée est que les cellules ganglionnaires de la rétine implémentent une analyse en ondelettes du signal optique. D. Marr est d’ailleurs considéré par les spécialistes des ondelettes comme l’un des fondateurs de ce type d’analyse multiéchelle du signal.

L’intérêt principal de l’analyse en ondelettes est de fournir un algorithme multiéchelle adapté à la *géométrie* encodée dans le signal. En effet, à chaque échelle, le signal est lissé et les discontinuités qualitatives significatives en sont extraites. On peut citer les travaux de Stéphane Mallat sur ce problème et, en particulier, les résultats qui confirment “la conjecture de Marr” à savoir qu’une image est reconstructible à partir de ses discontinuités extraites à plusieurs échelles.

On sait que la rétine est essentiellement composée de trois couches de cellules : les photorécepteurs, les cellules bipolaires et les cellules ganglionnaires. Les photorécepteurs réalisent la transduction — le codage neuronal — des propriétés physiques du signal optique. Les cellules bipolaires (auxquelles il faut adjoindre, côté récepteurs, les cellules horizontales et, côté cellules ganglionnaires, les cellules amacrines) sont intermédiaires. Quant aux cellules ganglionnaires, dont les axones constituent les fibres du nerf optique, elles sont essentiellement caractérisées par la structure de leur champ récepteur. Le champ récepteur (CR) d’une de ces cellules est l’ensemble des photorécepteurs auxquels elle se trouve reliée. Une donnée fondamentale de la neurophysiologie rétinienne est que ces champs sont des domaines convexes (grosso modo des disques) organisés de façon concentrique par un antagonisme centre/périphérie. Les cellules ganglionnaires (du moins celles qui sont des analyseurs spatiaux) agissent sur le signal optique $I(x,y)$ (l’image

²⁷ Pour des précisions, cf. Petitot [1990].

pixélisée au niveau des récepteurs photiques) comme des filtres, c'est-à-dire par convolution du signal I avec le profil récepteur (PR) de leur CR. D. Marr a remarqué que ce PR est une approximation de laplacien de gaussienne ΔG . Cela lui a permis de clarifier la fonction de l'antagonisme centre/périphérie des CR. Elle est de détecter les discontinuités qualitatives encodées dans le signal. Il s'agit du critère dit de *zero-crossing*. L'idée en est simple. Explicitons-la en dimension 1. Soit $f(x)$ une fonction différentiable réelle d'une variable réelle. Une discontinuité se caractérise par un pic (δ de Dirac) de la dérivée première f' et, pour la dérivée seconde f'' , par une traversée de zéro (zero-crossing) encadrée par deux pics de signes opposés.

Comme il est trivial de vérifier que $(\Delta G) * I = \Delta(G * I)$, on voit que la convolution $\Delta G * I$ revient :

- (i) à lisser le signal à une certaine échelle définie par G (convolution $G * I$);
- (ii) à considérer les dérivées secondes (laplacien Δ).

L'interprétation mathématique de l'algorithme de Marr est fournie par l'algorithme des ondelettes. Explicitons-en l'idée en dimension 1.²⁸

Partons de la transformée de Fourier classique. Soit $L^2(\mathbb{R})$ l'espace de Hilbert des fonctions de carré intégrable sur \mathbb{R} . L'analyse harmonique fournit une décomposition de chaque élément $f \in L^2(\mathbb{R})$ sur la base orthonormale des fonctions trigonométriques $e^{i\omega x}$. La décomposition de $f(x)$ s'exprime par la transformée de Fourier (FT) :

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} f(x) e^{-i\omega x} dx = \langle f(x) | e^{i\omega x} \rangle .$$

On montre :

(i) que $\hat{\hat{f}}(x) = f(x)$ i.e. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} \hat{f}(\omega) e^{i\omega x} d\omega$, et

(ii) que les normes $\|f(x)\|$ et $\|\hat{f}(\omega)\|$ sont égales.

Autrement dit, la FT est une isométrie des espaces de Hilbert $L^2(\mathbb{R})_x$ et $L^2(\mathbb{R})_\omega$ (où les indices x et ω indiquent les coordonnées respectives choisies sur \mathbb{R}).

Le problème posé par la FT est que l'information qu'elle fournit est *délocalisée* : elle est déterminée dans l'espace des fréquences et indéterminée dans l'espace des positions. Pour la localiser, Gabor introduisit dans les années 40 la transformée de Fourier *avec fenêtrage* (WFT) :²⁹

$$Gf(\omega, u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} e^{-i\omega x} g(x-u) f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} f * \tilde{g}_{\omega, u}$$

²⁸ Pour une introduction à la théorie des ondelettes, cf. Meyer [1989], Mallat [1989], Mallat-Zhong [1989]. Ce qui suit en est un résumé très sommaire.

²⁹ W = Window.

où g est une fenêtre spatiale que l'on translate le long de l'axe x , et où $\tilde{g}(x) = g(-x)$. Si l'on pose $g_{\omega,u}(x) = e^{i\omega x} g(u-x)$, on a $Gf(\omega,u) = \langle f(x) | g_{\omega,u}(x) \rangle$.³⁰

La WFT ne dépend pas seulement de la fréquence ω mais aussi de la position u . Sa transformée inverse est donnée par :

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}^2} Gf(\omega,u) e^{i\omega x} g(u-x) d\omega du .$$

On montre que $\|f\| = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \|Gf\|$, autrement dit que la WFT est (à un coefficient de proportionnalité près) une isométrie des espaces de Hilbert $L^2(\mathbb{R})_x$ et $L^2(\mathbb{R})_{\omega,u}$.

Le problème avec la WFT est que, même si elle localise l'information, elle n'opère toutefois qu'à un seul niveau de résolution. Elle ne permet donc pas de localiser des discontinuités si celles-ci sont à une échelle trop petite. En particulier, si le signal est une donnée multi-échelle (par exemple fractale) on ne peut pas l'analyser en détail.

D'où la nécessité d'une FT non seulement localisée mais aussi, comme pour la rétine, multi-échelle. C'est ce que réalise le concept d'ondelette. Il s'agit de trouver une décomposition de $L^2(\mathbb{R})$ en n'utilisant qu'une fonction $\psi(x)$ (la "mère" des ondelettes) ainsi que ses transformées par translation $\psi(x-u)$ et par changement d'échelle

$$\psi_s(x) = \sqrt{s} \psi(sx) \quad (\text{ou } \psi_s(x) = \frac{1}{s} \psi\left(\frac{x}{s}\right)) .$$

On obtient alors une transformée par ondelettes WT :³¹

$$Wf(s,u) = \int_{\mathbb{R}} f(x) \psi_s(x-u) dx = f * \tilde{\psi}_s(u) = \langle f(x) | \psi_s(x) \rangle .$$

Elle est bien définie si une condition d'admissibilité sur la FT $\hat{\psi}(\omega)$ est satisfaite. Un exemple typique d'ondelette est précisément l'ondelette de Marr ΔG . Un théorème de J. Morlet et A. Grossmann dit que, à un coefficient près, W est une isométrie de $L^2(\mathbb{R})_x$ dans $L^2(\mathbb{R}^* \times \mathbb{R})_{s,u}$.³²

L'amplitude de la WT fournit un indicateur privilégié des discontinuités (des singularités) encodées dans le signal. Comme l'a noté Stéphane Mallat :

“the ability of the WT to characterize the type of local singularities is a major motivation for its application to detect the signal sharper variations”.³³

³⁰ Comme le remarque Mallat, les $(g_{\omega,u})_{(\omega,u) \in \mathbb{R}^2}$ constituent une famille d'états cohérents au sens de la Mécanique quantique.

³¹ W = Wavelet.

³² \mathbb{R}^* est le groupe multiplicatif des réels positifs (groupe des échelles).

³³ Mallat-Zhong [1989], p. 9.

Avec de tels algorithmes, il devient possible de *compresser* une image *sur la base de sa géométrie intrinsèque* en éliminant l'information encodée dans les échelles suffisamment petites. La reconstruction demeure fidèle parcequ'elle repose sur la structure morphologique de l'image. Ce sont essentiellement les détails fins — en particulier les textures — qui se trouvent lissés.

On peut raffiner la méthode en introduisant des paquets d'ondelettes. On utilise plusieurs ondelettes en parallèle de façon à adapter au mieux le choix d'une base de décomposition à la structure intrinsèque du signal. Le critère de fit est alors la minimisation de l'entropie d'information.³⁴

2. “Scale space analysis” et équations de diffusion

L'idée d'analyse multi-échelle domine désormais les théories de l'analyse géométrique des images. A côté de la filière Marr → ondelettes que nous venons d'évoquer, elle remonte à Witkin (1983) et à Koenderink (1984, 1986). Elle est celle de la “scale space analysis.”

Pour être morphologiquement correcte, une analyse des images doit s'effectuer en termes de géométrie différentielle (et non pas en termes de combinaisons de primitives de type cubes, sphères, cylindres, “géons”, etc.). Le problème est que les outils de la géométrie différentielle ne sont pas directement applicables au *signal* en tant que tel. Pour que les images puissent acquérir le statut *d'observables* géométriquement analysables par détection d'invariants, il faut au préalable définir une échelle, c.à.d. fixer un niveau de régularisation du signal bruité. Koenderink y a souvent insisté: le scaling est essentiel. Le rôle de la vision périphérique comme pré-processing est de fournir une représentation des observables dans un format approprié à ce type d'analyse. On est ainsi conduit à définir *des jets multiéchelle* et à reprendre sur cette base la théorie de Thom-Mather des singularités génériques et des déploiements universels. C'est en effet celle-ci qui permet de définir les bons invariants.

Mais comment une analyse multiéchelle peut-elle déboucher sur une véritable analyse morphologique — morphogénétique — d'une image 2D $I(x,y)$? L'idée directrice est de plonger l'image dans une famille $I_s(x, y)$ de façon à ce que :

(i) $I_0 = I$,

(ii) I_I soit une image indifférenciée, et

(iii) lorsque s croît, l'évolution de I_0 à I_I “simplifie” strictement l'image (contrainte dite de “causalité”: elle interdit l'apparition *ex nihilo* de nouveaux détails lorsque l'échelle croît). L'évolution avec s des lignes de niveau de I_s , i.e. la suite d'événements de bifurcation qu'elles subissent en se simplifiant progressivement, fournit une méthode

³⁴ Cf. par exemple Wickerhauser [1991].

puissante pour analyser la structure morphologique de l'image, sa (dé)composition en éléments constituants simples, bref sa "constituance".

On montre que, sous des contraintes générales de linéarité, d'invariance par translation, d'isotropie et d'invariance d'échelle, la façon la plus simple d'obtenir un tel résultat est de prendre pour I_s une solution de l'équation de diffusion typique qu'est l'équation de la chaleur $\partial I_s / \partial s = \Delta I_s$. Dans la mesure où le noyau de la chaleur est gaussien, on est à nouveau conduit à l'idée d'un lissage multiéchelle ($s =$ échelle) de l'image.

Le problème est évidemment qu'un tel lissage est isotrope et donc en fait indifférent à la géométrie de l'image. D'où l'idée qui s'est progressivement imposée au cours des années 80. Pour pouvoir effectuer une bonne analyse morphologique de l'image, il faut concilier deux exigences apparemment antagonistes:

- (i) régulariser le signal de façon multiéchelle par diffusion;
- (ii) préserver la géométrie de l'image, c'est-à-dire les discontinuités d'éléments différentiels possédant une signification géométrique intrinsèque.

Pour ce faire, il faut *adapter* l'équation de diffusion à la préservation de ces éléments différentiels construits à partir des jets successifs de la fonction $I_s(x, y)$.

Le cas le plus simple est celui des *bords* qui délimitent les domaines homogènes d'une image et sont essentiels à la définition de ses constituants. Un bord est idéalement une discontinuité du gradient $\nabla I_s(x, y)$ de I_s . Pour qu'une diffusion préserve le caractère discontinu des bords tout en les simplifiant progressivement, il faut qu'elle soit *anisotrope*, en fait inhibée dans la direction du gradient. L'équation aux dérivées partielles la plus simple possédant cette propriété est l'équation de diffusion non linéaire :

$$\partial_s I_s = |\nabla I_s| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla I_s}{|\nabla I_s|} \right) = \Delta I_s - \frac{H(\nabla I_s, \nabla I_s)}{|\nabla I_s|^2}$$

où H est le Hessien de I_s . Elle est uniformément parabolique le long des courbes de niveau mais totalement dégénérée dans la direction du gradient. Elle fait évoluer les lignes de niveau — et donc en particulier les bords — comme des fronts avec une vitesse normale égale à leur courbure (cf. plus bas).

Jean-Michel Morel et ses collègues (Alvarez *et al.* 1992) ont introduit un lissage gaussien supplémentaire dans ces EDP de façon à contrôler la vitesse de diffusion en la couplant à la géométrie de l'image. L'équation de base devient alors:

$$\partial_s I_s = g(|G * \nabla I_s|) |\nabla I_s| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla I_s}{|\nabla I_s|} \right)$$

où G est un noyau gaussien et $g(x)$ une fonction décroissante telle que $g(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} 0$. Ils

ont également montré que si l'on impose une contrainte d'invariance affine (au lieu de l'invariance euclidienne), l'EDP type devient:

$$\partial_s I_s = |\nabla I_s| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla I_s}{|\nabla I_s|} \right)^{1/3} .$$

La figure 3 (tirée de Florack [1993]) donne un exemple de telles méthodes.

FIGURE 3

On peut généraliser ces équations dans les espaces de jets de façon à améliorer l'analyse morphologique de l'image. Par exemple les "crêtes" d'une forme — qui fournissent une "squelétisation" essentielle à son analyse morphologique (cf. plus bas le concept de "cut-locus") — peuvent être extraites du signal en tant que des discontinuités de la direction du gradient qui sont préservées de la diffusion. La figure 4 (tirée de Whitaker [1993]) en donne un exemple.

FIGURE 4

En considérant les lignes de niveau des fonctions $I_s(x,y)$ on obtient des évolutions de courbes planes C_s qui se propagent comme des fronts conformément à une loi du type $\partial_s P = F(K)N$ où P est un point de C_s , N la normale (externe) en P à C_s et K la courbure de C_s en P . Les cas les plus étudiés sont:

(i) celui de la propagation à vitesse constante:

$$\partial_s P = \pm N, \quad \partial_s K = -K^2$$

(modèles de propagation d'ondes de type "grassfire" engendrant le cut-locus de la courbe), et

(ii) celui de la propagation à une vitesse proportionnelle à la courbure (τ est l'abscisse curviligne de la courbe):

$$\partial_s P = -KN, \quad \partial_s K = \partial_{\tau^2}^2 K + K^3.$$

Stanley Osher et James Sethian (1988) ont également étudié les cas intermédiaires où $F(K) = 1 - \varepsilon K$. La courbure K satisfait alors une équation de réaction-diffusion du type:

$$\partial_s K = \varepsilon \partial_{\tau^2}^2 K + \varepsilon K^3 - K^2.$$

Sous les titres de "curve shortening", "flow by curvature" ou "heat flow on isometric immersions", le cas (ii) a été particulièrement investigué par des géomètres comme M. Gage, R. Hamilton (1986), M. Grayson (1987), S. Osher (1988), J. Sethian (1990), L.C. Evans et J. Spruck (1991).³⁵ Si $j_s : S^1 \rightarrow \mathbb{R}^2$ est l'immersion isométrique définissant C_s , comme on a $\Delta j_s = -KN$, l'équation de diffusion

³⁵ En fait, la théorie vient de Richard Hamilton qui cherchait à résoudre des problèmes de Relativité générale. En utilisant l'équation de la chaleur, il a montré que si X est une 3-variété riemannienne compacte avec courbure de Ricci $R_{ij} > 0$, alors X admet une métrique riemannienne à courbure > 0 constante. Or, ces dernières sont classifiées. Il cherchait également à engendrer des géodésiques fermées à partir de courbes fermées quelconques. (Cf. Bourguignon [1985]).

$\partial_s j_s = -KN$ est en fait l'équation de la chaleur (pour les immersions) $\partial_s j_s = \Delta j_s$. Dans l'espace fonctionnel \mathcal{J} des immersions $j : S^1 \rightarrow \mathbb{R}^2$, cette équation définit le champ de gradient de la fonction de Morse donnant la longueur de la courbe image $C = j(S^1)$.

Un théorème fondamental de "curve shortening" dû à M. Gage et R. Hamilton (1985) et généralisé par Matthew Grayson (1987) dit que si C_0 est une courbe plongée (même très sinueuse), alors l'équation de la chaleur la contracte sur un point, C_s devenant asymptotiquement un cercle (convergence pour la norme C^∞). En particulier C_s devient convexe *avant* de pouvoir développer des singularités.

3. Théorie multi-échelle des jets

Ces méthodes multi-échelle d'analyse d'images conduisent, nous l'avons vu, à reprendre la théorie des invariants géométriques définissables à partir des jets d'une application (dans ce cas la fonction intensité $I(x,y)$). Deux problèmes sont particulièrement pertinents:

- (i) étant donné un invariant, comment adapter les équations de diffusion de façon à le prémunir contre la diffusion (généralisation du problème évoqué plus haut);
- (ii) comment réélaborer la théorie des singularités et de leurs déploiements universels dans ce nouveau cadre?

En ce qui concerne ce dernier point James Damon (1988) a montré dans le cas le plus simple, celui de l'équation de la chaleur, comment on pouvait transformer la théorie de Morse-Whitney-Thom-Mather-Arnold.³⁶ Le problème est que les formes normales de Morse ne satisfont pas à l'équation de la chaleur. Les méthodes doivent être transposées des espaces de germes d'applications C^∞ aux espaces de germes de solutions de l'EDP considérée. Or, ces espaces n'ont pas en général les "bonnes" propriétés algébriques qui font marcher la théorie et permettent d'appliquer des arguments de transversalité pour obtenir des résultats de généricité.

James Damon redéfinit d'abord le concept d'équivalence pour des germes C^∞ d'applications

$$\begin{aligned} f : (\mathbb{R}^{n+1}, 0) &\rightarrow (\mathbb{R}, 0) \\ (x, s) &\rightarrow y = f(x, s) \end{aligned}$$

• f et g sont H-équivalents s'il existe un germe de difféomorphisme:

$$\varphi : (\mathbb{R}^{n+1}, 0) \rightarrow (\mathbb{R}^{n+1}, 0) \quad \text{de} \quad \text{la} \quad \text{forme}$$

$$\varphi(x, s) = (\varphi_1(x, s), \varphi_2(s)) \quad (\text{avec } \varphi_2'(0) > 0)$$

$$\text{et un germe } c(s) : (\mathbb{R}, 0) \rightarrow (\mathbb{R}, 0) \text{ tels que } g(x, s) = f \circ \varphi(x, s) + c(s).$$

³⁶ Je remercie Bernard Teissier de m'avoir signalé ce travail.

• f et g sont IS-équivalents si c est constant et s'il existe un germe de difféomorphisme $\psi : (\mathbb{R}^2, 0) \rightarrow (\mathbb{R}^2, 0)$ de la forme $\psi(y, s) = (\theta(y, s), s)$ (avec $\frac{\partial \theta}{\partial y}(0, 0) > 0$ et $\theta(0, s) = 0$) tel que $g(x, s) = \theta \circ f \circ \varphi(x, s) + c$.

On peut alors trouver les formes normales des singularités stables et des déploiements universels de bas degré. Par exemple les équivalents des points critiques quadratiques (i.e. des points critiques non dégénérés) pour la H-équivalence ont pour forme normale:

$$\pm(x^2 + y^2) \pm 4s,$$

$$a(x^2 - y^2) \text{ (avec } a \neq 0 \text{)}.$$

Pour la IS-équivalence, on obtient:

$$ax^2 + by^2 + 2(a + b)s \text{ (avec } a \neq 0, a + b \neq 0 \text{)},$$

$$a(x^2 - y^2) \pm (s^2 + \frac{1}{2}s(x^2 + y^2) + \frac{1}{16}(x^2 + y^2)^2) \text{ (avec } a \neq 0 \text{)}.$$

Mais on obtient également des formes stables du type:

$$x^3 + 6sx + ay^2 + 2as$$

qui correspondent à des annihilations de points critiques dans les variables (x, y) , et des formes du type:

$$x^3 - 6sx - 6xy^2 + ay^2 + 2as$$

qui correspondent au contraire à des *créations* de points critiques.

En codimension 1, on obtient par exemple des déploiements de forme normale du type suivant (u est le paramètre de déploiement):

$$x^3 - 6sx - 6xy^2 + ay^2 \pm (s^2 + \frac{1}{2}s(x^2 + y^2) + \frac{1}{16}(x^2 + y^2)^2) \pm u(s + \frac{1}{4}(x^2 + y^2)).$$

VI. LINGUISTIQUE TOPOLOGIQUE ET GRAMMAIRES COGNITIVES

Le dernier point que nous souhaiterions évoquer concerne les propositions sémiolinguistiques de René Thom. Elles sont parmi les plus fécondes mais aussi parmi les plus mécomprises. Là encore, R. Thom a fait preuve d'une anticipation scientifique prophétique. En effet, sa thèse princèps que les structures profondes du langage naturel sont des structures de nature topologique et dynamique (et non pas logique) profondément ancrées dans la perception, est devenue *la* thèse dominante des nouvelles théories cognitives du langage. Ayant longuement traité de ces thèmes ailleurs, nous nous bornerons à aborder brièvement deux exemples, celui de la prédication et celui de la syntaxe actantielle.

1. Prédication, fibrations et topoi

Reprenons la façon dont, par exemple dans l'*Esquisse*, Thom analyse un jugement perceptif banal comme "le ciel est bleu". Le remplissage d'une extension

spatiale W par une qualité sensible (comme une couleur) appartenant à un genre de qualité G se décrit par une application:

$$\begin{array}{ccc} g : W & \rightarrow & G \\ w & \rightarrow & g(w) \end{array}$$

qui, à tout point w de W , associe la valeur de la qualité en ce point. En fait, il est naturel d'interpréter g comme *une section de la fibration* $\pi : E=W \times G \rightarrow W$ de base W et de fibre G .³⁷ En effet, cela permet de schématiser les relations de dépendance unilatérale (les hiérarchies ontologiques) entre les genres. Que l'extension spatiale (qualité "première") soit ontologiquement première par rapport aux qualités "secondes" se trouve traduit par le fait que, dans la fibration $\pi : E \rightarrow W$, l'extension W est *la base* (qui peut exister de façon indépendante) alors que le genre de qualités G est *la fibre*.³⁸ De telles schématisations géométriques permettent, selon R. Thom, de dépasser le "hiatus infranchissable entre le logique et le morphologique" (ESP, p. 248).

En général l'espace de genre G est qui plus est *catégorisé* en espèces, par exemple par un potentiel $V : G \rightarrow \mathbb{R}$. Les bassins d'attraction des minima définissent alors les catégories (les espèces) de G et les minima fonctionnent comme des prototypes. Si ACG est une de ces catégories, si ∂A est son bord et si X est le nom de l'entité de substrat W considérée, le jugement perceptif "X est A" s'interprète par le fait que l'image $g(W)$ de la section $g : W \rightarrow W \times G$ est encapsulée dans le cylindre $W \times \partial A$ (cf. ESP, pp. 158 sq et 205 sq).

Il faut souligner que le concept géométrique de fibration est neuro-physiologiquement pertinent. Les structures (hyper)columnnaires du cortex (qui permettent d'associer à chaque position rétinienne un élément comme une couleur, une texture, une direction, etc. et donc de définir des *champs rétinotopiques* de tels éléments) constituent des implémentations (évidemment discrétisées) de fibrations.

Comment penser le lien entre le schématisme géométrique et la formalisation traditionnelle des jugements en termes de logique formelle? Le problème est délicat car, comme l'avait déjà profondément remarqué Wittgenstein, dans des jugements perceptifs du type "X est A", "X est plus clair que Y", etc., *la spatialisation des qualités n'est pas explicite*.

Restreignons-nous au cas le plus élémentaire, celui de relations de recouvrement de domaines spatiaux W par des qualités $g \in G$. Ces relations sont géométriquement décrites par des sections de fibrations appropriées. Soit Γ_π le faisceau des sections de la

³⁷ Rappelons qu'une section d'une fibration $\pi : E \rightarrow W$ est une application $s : W \rightarrow E$ qui "relève" π , i.e. telle que $\pi \circ s = 1_W$.

³⁸ Husserl a profondément étudié ces questions, en particulier dans sa troisième Recherche Logique où il développe une eidétique des relations de fondation. Dans Petitot [1993b] nous avons montré comment l'approche géométrique permet de correctement schématiser sa description phénoménologique pure.

fibration $\pi : E \rightarrow W$ définies sur les ouverts U de W . Par définition d'un faisceau, $U \rightarrow \Gamma_\pi(U)$ est donc un foncteur contravariant de la petite catégorie $\mathcal{O}(W)$ des ouverts de W dans la catégorie *Ens* des ensembles, foncteur qui satisfait les deux axiomes suivants:

- (i) deux sections localement égales sont globalement égales;
- (ii) une famille de sections s_i définies sur un recouvrement ouvert $\mathcal{U} = (U_i)_{i \in I}$ d'un ouvert U et compatibles aux intersections (i.e. $s_i|_{U_i \cap U_j} = s_j|_{U_i \cap U_j}$) peut être recollée en une section globale s sur U .

Les faisceaux de sections prennent en charge l'aspect morphologique du schématisme thomien de la prédication. Quid de son aspect logique? On voit que le problème est le suivant. Les jugements portant sur des situations de recouvrement d'un domaine W par des qualités appartenant à un genre G ne font pas intervenir dans leur forme *syntaxique* la localisation de ces qualités. Ils se situent au niveau de G et non pas au niveau de W . La localisation reste implicite, c'est-à-dire *potentielle*. Pour rendre compte de ce caractère potentiel, il faut donc considérer le faisceau des sections Γ_π des sections de la fibration $\pi : W \times G \rightarrow W$ et le traiter en tant que tel comme une unité *syntaxique*. Mais dans le même temps, pour qu'un tel jugement puisse être vrai ou faux il faut qu'au niveau de la *sémantique* l'extension des objets considérés deviennent *explicite*, autrement dit, *s'actualise*.

Dans ce sens, on peut dire que les jugements perceptifs sont d'une certaine façon *indexicaux*: la spatialité implicite des objets y fonctionne comme fonctionnent les déictiques: elle doit être actualisée par la situation perceptive (qui fonctionne en quelque sorte comme un contexte pragmatique). On peut dire aussi que l'espace *modalise* la vérité des jugements perceptifs. Dans un jugement d'attribution de qualité de type " x est A " on ne dit pas que x est une variable référant à un individu possédant la propriété A . On dit que x réfère à un individu d'extension U et que U est "rempli" par la qualité A .³⁹ Les conditions de vérité du jugement présupposent donc que x réfère à une section $A(U)$ du faisceau associé à la qualité A . Mais l'extension U demeurant implicite dans la syntaxe de l'énoncé et n'intervenant qu'au niveau de sa sémantique, on peut dire qu'elle fonctionne de façon indexicale.

La réponse à ces difficultés est de considérer les faisceaux comme des *types* de variables dont les référents sont des *sections* particulières.

Ce lien profond entre la théorie des faisceaux et la logique a été découvert par William Lawvere au début des années 70. Très brièvement exposées les idées directrices

³⁹ Les deux formulations ne sont équivalentes que si l'on admet la thèse que la localisation spatiale est le principe d'individuation de base (ce qu'exprime la thèse transcendantale de l'espace comme intuition pure). Or cette thèse est précisément rejetée par la plupart des philosophes logicistes (qui sont plus leibniziens que kantien et adoptent une conception sémantique de l'individuation).

sont les suivantes.⁴⁰ La catégorie \mathfrak{F} des faisceaux sur un espace topologique W possède un certain nombre de propriétés catégoriques fondamentales qui lui confère la structure de *topos*. C'est d'abord une catégorie cartésienne fermée: elle possède des produits fibrés (des pull-backs), un objet terminal 1 et des objets exponentiels A^B qui permettent d'*internaliser* les ensembles de morphismes $\text{Hom}_{\mathfrak{F}}(B, A)$ (le foncteur $(\bullet)^B$ est adjoint à droite du foncteur $B \times (\bullet)$). Elle possède en outre un *classificateur de sous-objets*, c'est-à-dire un monomorphisme $\text{True} : 1 \rightarrow \Omega$ tel que tout sous-objet S d'un objet A (i.e. tout monomorphisme $m : S \hookrightarrow A$) soit reconstructible par pull-back à partir d'une "fonction caractéristique" $\varphi_S : A \rightarrow \Omega$ de S .

$$\begin{array}{ccc} S & \rightarrow & 1 \\ \downarrow & & \downarrow \text{True} \\ A & \xrightarrow{\varphi_S} & \Omega \end{array}$$

Ω est l'ensemble des "valeurs de vérité" du topos \mathfrak{F} . A partir de ces constructions catégoriques, on peut définir d'autres constructions et donner un sens aux concepts "ensemblistes" d'élément, de propriété et de partie. Par exemple, un morphisme $\vartheta : A \rightarrow \Omega$ est un "prédicat" de A , c'est-à-dire une propriété de ses "éléments généralisés" $a : B \rightarrow A$. On a $\vartheta(a)$ ssi a "appartient" au sous-objet S de A défini par ϑ ($\varphi_S = \vartheta$), i.e. ssi $\varphi_{S \circ a} = \text{True}_B$ avec $\text{True}_B : B \rightarrow 1 \rightarrow \Omega$. De même, les parties de A (ses sous-objets) sont définies par $P(A) = \Omega^A$. Dans la catégorie *Ens*, $\Omega = \{0, 1\}$ correspond aux valeurs de vérité booléennes. Il en va tout autrement ici. Le faisceau Ω est défini par $\Omega(U) := \{V \subset U\}$ et $\text{True} : 1 \rightarrow \Omega$ par $\text{True}(U) : 1 \rightarrow U \in \Omega(U)$, i.e. par l'élément *maximal* de $\Omega(U)$. Cela signifie que:

- (i) la vérité devient *spatialement localisée*,
- (ii) "être vrai sur U " signifie "être vrai partout sur U ".

$\Omega(U)$ n'est pas une algèbre de Boole (car le complémentaire d'un ouvert n'est pas un ouvert mais un fermé). C'est une algèbre de Heyting. Ω est donc un faisceau d'algèbres de Heyting.

Le point fondamental est que l'on peut canoniquement associer à un topos comme \mathfrak{F} une *logique interne*, c'est-à-dire:

- (i) un *langage formel* $L_{\mathfrak{F}}$ appelé son langage de Mitchell-Bénabou,
- (ii) une *sémantique* de type forcing appelée sa sémantique de Kripke-Joyal.

L'idée directrice est qu'un faisceau $X \in \mathfrak{F}$ peut être interprété comme un *type* pour des variables x qui seront interprétées comme des *sections* $s \in X(U)$ de X . On obtient donc à la fois une *typification* et une *localisation spatiale* des variables. Cela permet de relier la géométrie des sections à une logique du jugement. La syntaxe des jugements porte sur les types et la sémantique sur la localisation. La sémantique concerne donc (dans le cas

⁴⁰ Pour des précisions, cf. Mac Lane, Moerdijk [1992] et Petitot [1979b].

qui nous occupe ici) les conditions de vérité associées aux phénomènes de recouvrement de domaines spatiaux par des qualités.

De façon générale, la structure de topos d'une catégorie \mathcal{F} permet de construire récursivement les termes σ de $L\mathcal{F}$ comme des *morphismes* entre faisceaux. Si σ est de type X et est construit à partir de variables y, z de types respectifs Y et Z , il sera interprété par un morphisme $\sigma : Y \times Z \rightarrow X$ qui exprime sa structure. Le fait décisif est que la structure de topos est précisément celle qui permet de définir toutes les structures logiques nécessaires en prenant Ω comme type pour *les formules*. On définit ainsi par exemple les termes (σ, τ) (paire ordonnée), $\sigma = \tau$ (égalité), $f \circ \sigma$ (termes composés), $\phi(\sigma)$ (termes fonctionnels), $\sigma \in \tau$ (appartenance), $\lambda x \sigma$ (λ -termes), ainsi que les quantificateurs. Ces derniers sont les adjoints à droite et à gauche des morphismes "image inverse" $P(f) : P(Y) \rightarrow P(X)$ (où $P(X) = \Omega^X$ est le faisceau des "parties" de X) canoniquement associés aux morphismes $f : X \rightarrow Y$.

Quant à la sémantique de Kripke-Joyal, elle repose sur des règles du type $U \Vdash \varphi(s)$ où U est un ouvert de W , x une variable de type X , s une section de $X(U)$ et $\varphi(x)$ une formule. On a:

$$U \Vdash \varphi(s) := \text{Im}(s) \subseteq \{x \mid \varphi(x)\},$$

cette notation ensembliste référant aux constructions purement catégoriques évoquées plus haut. Les règles sémantiques naturelles pour les connecteurs logiques, l'implication, la négation et la quantification montrent que la logique interne d'un topos est en général de nature *intuitionniste*.

Ces développements formels prouvent qu'il est possible d'articuler le schématisme thomien sur une logique formelle. Dans une approche à la Lawvere, il apparaît que l'espace fonctionne bien comme une modalité dans la mesure où la sémantique des situations où les variables sont à la fois typifiées et localisées est une sémantique modale à la Kripke. Cela permet de réinterpréter le caractère "synthétique a priori" de l'espace.

Pour pousser plus loin l'analyse il faut étendre ces formulations "faisceautiques" et "toposiques" aux cas où les fibres des fibrations considérées sont catégorisées et, plus généralement, aux cas où l'on considère des "revêtements" de la base W par des *surfaces critiques* Σ de familles de potentiels f_w .

2. Syntaxe topologique

Nous concluerons ces remarques par quelques mots concernant la constituance syntaxique et la syntaxe topologique. On sait que l'une des plus grandes idées de R. Thom a été d'utiliser la théorie des déploiements universels pour schématiser la constituance actantielle (conçue par exemple à la Tesnière). L'idée directrice était de considérer:

(i) une famille de potentiels $f_w(x)$ (paramétrés par un espace externe W) dont les minima représentent les actants (dynamique rapide),

(ii) des chemins temporels γ dans les espaces externes W (dynamique lente).

Lorsque γ traverse l'ensemble catastrophique K déployant dans W les instabilités des f_w , les actants *interagissent* entre eux. D'où la schématisation d'une syntaxe d'interactions actantielles. Qui plus est, si l'on suppose:

(i) que les actants disposent d'une "énergie interne" leur permettant de franchir des barrières de potentiel, et

(ii) qu'ils peuvent *contrôler* des dynamiques externes sur W (dynamiques dont la compétition reflète leurs relations ago-antagonistes de conflit et de coopération),

alors on peut même développer une théorie de *l'agentialité*, de *l'intentionnalité* et de la *modalisation* ("pouvoir", "vouloir", "devoir") des actants.

Comme Per Aage Brandt l'a montré,⁴¹ ces dynamiques externes sont profondément liées au concept de *Force Dynamics* développé par Len Talmy.⁴² L'idée est que les auxiliaires modaux des langues naturelles ainsi que des quasi-auxiliaires comme "laisser", "aider", "empêcher", "essayer", "continuer à", "s'efforcer de", "réussir à", ou encore des conjonctions comme "à cause de", "grâce à", "malgré", "bien que", "contre", etc., spécifient *grammaticalement* des rapports de forces dynamiques (énergétiques) entre les actants d'un processus et, par conséquent, spécifient grammaticalement les notions de force, d'obstacle, de résistance, de blocage, de dépassement, de coopération, de compétition, etc. Selon Talmy, la notion de Force est "the semantic category that the modal system as a whole is dedicated to express"⁴³ et "the semantic category of force dynamics [...] must be recognized as one of preeminent conceptual organizing categories in language".⁴⁴

Dans un certain nombre de travaux,⁴⁵ nous avons montré comment une telle syntaxe topologique, schématique et iconique s'articulait sur certaines traditions fondamentales de la sémio-linguistique, en particulier celles de l'hypothèse localiste, des grammaires casuelles (de Hjelmslev à Fillmore), de la théorie actantielle greimassienne et, plus récemment, celle des grammaires cognitives. En fait, l'idée que les structures syntaxiques profondes sont enracinées dans une ontologie qualitative d'origine perceptive et sont donc de nature topologico-dynamique est devenue, nous l'avons dit, la thèse maîtresse des grammaires cognitives. Leurs travaux ont montré qu'il existe effectivement

⁴¹ Cf. Brandt [1992].

⁴² Cf. Talmy [1985]. Pour des détails, cf. Petitot [1989d].

⁴³ Talmy [1985], p. 1.

⁴⁴ Ibid. p. 41.

⁴⁵ Petitot [1979a], [1985], [1989b], [1991b], [1994].

une *proto-syntaxe* enracinée perceptivement (i.e. de nature Gestaltiste). Ce que l'on appelle désormais "l'iconicité profonde" de la grammaire.⁴⁶

Comme hypothèse cognitive, l'hypothèse localiste affirme le rôle central des concepts d'objet, de position, d'état, d'événement, de chemin. Ils sont structurant pour de très nombreux champs conceptuels. Autrement dit, il existe une sorte de géométrie première des concepts syntaxiques primitifs qui serait héritée de la perception. En particulier, l'hypothèse affirme que les relations (tant statiques que dynamiques) et les événements d'interaction entre domaines locaux de l'espace-temps jouent le rôle de schèmes archétypes pour les universaux syntaxiques. On rencontre la même idée chez Ray Jackendoff lorsqu'il affirme, suivant Gruber, que "in any semantic field of [EVENTS] and [STATES] the principal event-, state-, path- and place-functions are a subset of those used for analysis of spatial location and motion".⁴⁷

Ce point de vue morphodynamique s'accorde aussi avec celui, déjà évoqué plus haut, de Len Talmy sur le fait que les classes grammaticales fermées (telles que les prépositions, les auxiliaires modaux, les relations grammaticales, etc.) spécifient des contenus *sémantiques* appartenant à l'ontologie qualitative du monde naturel. Comme cela est très bien expliqué dans "Relation of Grammar to Cognition" et dans "How Language Structures Space",⁴⁸ il existe une information positionnelle et topologique complexe, ainsi qu'une schématisation morphologique sophistiquée, qui se trouvent spécifiées par la classe fermée des prépositions. "Grammatically specified structuring appears to be similar, in certain of its characteristics and functions, to the structuring in other cognitive domains, notably that of visual perception".

Tous ces thèmes ont été traités en détail par Ronald Langacker dans ses "Foundations of Cognitive Grammar".⁴⁹ En tant que "grammaire spatiale" la grammaire cognitive (GC) est fondée sur l'hypothèse de schématicité, de figurativité, d'iconicité du langage naturel. Sa thèse (anti-chomskyenne) est celle de la centralité de la sémantique : "Grammar (or syntax) does not constitute an autonomous formal level or representation" (p.2). Les concepts sont des *schèmes*, des ensembles d'instructions (de routines) pour leur application. D'où une critique sévère des approches formalistes et constructivistes du langage.

L'opération cognitive de base de la GC est le *scanning*, c'est-à-dire la détection de contrastes et de discontinuités qualitatives. Le scanning est "an ubiquitous process of comparison and registration of contrast that occurs continuously throughout the various

⁴⁶ Cf. par exemple Haiman [1985].

⁴⁷ Jackendoff [1983].

⁴⁸ Talmy [1978], [1983].

⁴⁹ Langacker [1987/1991]. Pour des précisions sur les thèses de Langacker, cf. Petitot [1991b], [1994]. Les références aux "*Foundations*" seront faites dans le texte.

domains of active cognitive functioning” (p.116). Les unités linguistiques sont définies par découpage dans des *domaines*, eux-mêmes édifiés sur des domaines *primitifs*. Les domaines primitifs — dits *domaines de base* — sont l'espace, le temps et les qualités sensibles. “By definition, basic domains occupy the lowest level in hierarchies of conceptual complexity: they furnish the primitive representational space necessary for the emergence of any specific conception” (p.149). Ces domaines sont dotés de structures *géométriques* (dimension, structure différentiable, distance, degré intensif, etc.) et donc, au niveau le plus primitif, les concepts sont des positions et des configurations dans des espaces géométriques de base. La GC repose par conséquent sur une approche typiquement morphologique du concept.

Par exemple, une chose est “a region in some domain” (p. 189). Le scanning discrimine un “profil” (forme) d'une “base” (fond) à travers la détection d'un “bord”. Les relations (statiques) sont réductibles à quatre relations de base : l'identité, l'inclusion, la disjonction et l'association. La relation de disjonction est une relation d'extériorité *sans repérage* de *A* par rapport à *B*. En revanche, la relation d'association est une relation d'extériorité où *A* se trouve *repéré* par rapport à *B*.

On en arrive ainsi à une homologation géométrisant les concepts fondamentaux:

- termes ≡ domaines localisés dans un espace substrat,
- relations ≡ relations positionnelles entre positions, en particulier *groupements*,
- processus ≡ déformations temporelles de relations positionnelles,
- événements ≡ interactions de positions au cours d'une déformation temporelle,
- agentivité ≡ contrôle causal des interactions,
- rôles sémantiques (universaux casuels) ≡ *types* d'interactions contrôlées.

On retrouve ainsi l'idée thomienne d'une syntaxe topologique fondée sur les interactions génériques de domaines spatio-temporels.

Le problème devient alors celui de prolonger les méthodes d'analyse évoquées plus haut à propos de la constituance perceptive jusqu'à l'analyse de cette forme de constituance actantielle. Il s'agit d'effectuer l'analyse en constituants d'une configuration et d'étudier les relations spatiales entre ces constituants, leur évolution temporelle et les accidents génériques qui peuvent y survenir. Il s'agit d'un problème de Gestalt qui peut être envisagé dans deux perspectives opposées:

- (i) on peut aussi partir de la linguistique cognitive et “descendre” vers l'enracinement perceptif de la syntaxe;
- (ii) mais on peut aussi partir de la vision de bas niveau et “monter” vers des problèmes de Gestalten syntaxiques concernant les groupements, leur évolution temporelle et la catégorisation de leurs accidents génériques au cours de telles évolutions,

Quelle que soit la perspective adoptée, la question principale est celle du statut des dynamiques internes définissant les actants. Dans un certain nombre de travaux,⁵⁰ nous avons montré comment les techniques de diffusion de contour (scale-space analysis) pouvaient permettre de reconstruire des potentiels générateurs. L'idée directrice est de traiter les configurations de domaines comme des formes, comme des groupements au sens gestaltiste. On les analyse alors au moyen des méthodes d'analyse morphologique, mais en mettant au premier plan les problèmes de constituance et de sémantique spatio-temporelle. L'analyse des configurations relève d'une dynamique rapide. Celle de leur évolution temporelle d'une dynamique lente.

En fait, on analyse essentiellement la topologie du *complémentaire* — du fond — de la configuration. Les bords des domaines déclenchent des processus de diffusion-propagation de contours et, d'après la théorie de Morse, la topologie de la configuration est caractérisée par les *singularités* de ces processus. Au moyen d'algorithmes de diffusion appropriés on peut ainsi construire une fonction de Morse qui est globalement un puits, dont les minima sont centrés au centre des domaines, dont les bords des domaines constituent la ligne de niveau 0 et dont les cols codent *les relations* entre les domaines. On peut donc ainsi coder *localement par des singularités les relations* spatiales (globales!) entre les domaines. Bref, on utilise l'idée mathématique centrale que, au moyen de fonctions de Morse, des singularités locales peuvent coder de la géométrie globale.

On peut aussi utiliser des modèles de propagation de type “grassfire” et caractériser une configuration par le cut-locus, la skeletisation, de son fond (cf. figure 5).⁵¹

FIGURE 5

Ayant ainsi donné un sens aux dynamiques internes génératrices on peut, en introduisant des dynamiques externes lentes, retrouver la syntaxe topologique thomienne et ses dynamiques d'agentialité.

CONCLUSION

Nous avons voulu indiquer dans ce panorama l'importance et la technicité des relations que la sémiophysique thomienne entretient de fait avec certaines des avancées les

⁵⁰ Petitot [1989b], [1989d], [1991b], [1994].

⁵¹ Le concept de cut locus a été introduit sous le nom de symmetry-axis par Harry Blum (1973) dans la théorie de la perception visuelle. R. Thom a souvent insisté sur l'importance de ce concept géométrique.

plus remarquables des sciences cognitives contemporaines. En vérité, elle est une des pièces maîtresses de ce vaste programme de recherche dont l'horizon est *la naturalisation du sens*. L'enjeu est évidemment considérable: unifier une dynamique des formes et des structures et une logique de la cognition dans le cadre réaliste d'une physique du sens.

Il y a quelque chose de désolant à constater, qu'alors qu'outre Atlantique un nombre toujours plus considérable de chercheurs de haut niveau (mathématiciens, physiciens, informaticiens, neurobiologistes, linguistes, philosophes) redécouvrent, dans des reformulations cognitives, des éléments du programme de la sémiophysique, notre pays qui, grâce à René Thom, possède une indéniable priorité et, peut-être pour quelque temps encore, une certaine avance dans ce domaine ne fait rien pour le reconnaître. On ne veut pas croire que les préjugés de la sociologie des milieux académiques puisse à ce point jouer contre le génie scientifique et que des différences somme toute bien secondaires de sensibilités théoriques et de styles intellectuels puissent occulter l'importance des enjeux. Pire que d'une ingratitude envers l'un des phares scientifiques et philosophiques de notre siècle, il s'agirait d'une faute.

BIBLIOGRAPHIE

- ALVAREZ, L., LIONS, P.L., MOREL, J.M., 1992. "Image selective smoothing and edge detection by non linear diffusion, *SIAM J. Numer. Anal.*, 29 : 845-866.
- AMIT, D., 1989. *Modeling Brain Function*, Cambridge University Press.
- ATIYA, A., BALDI, P., 1989. "Oscillations and Synchronisation in Neural Networks: an Exploration of the Labeling Hypothesis", *International Journal of Neural Systems*, 1, 2 : 103-124.
- AZENCOTT, R., 1988. "Simulated Annealing", *Séminaire Bourbaki*, 697, Astérisque 161-162, Paris.
- BLUM, H., 1973. "Biological Shape and Visual Science", *Journal of Theoretical Biology*, 38, 205-287.
- BONABEAU, E., 1992. "Conceptions de l'émergence", *EMC 1992*, 15-23.
- BOURGUIGNON, J.-P., 1985. "L'équation de la chaleur associée à la courbure de Ricci", *Séminaire Bourbaki* 653, Astérisque.
- BRANDT, P.-A., 1992. *La Charpente modale du Sens*, Aarhus University Press, J. Benjamins, Amsterdam.
- CARIANI, P., 1991. "Adaptivity and Emergence in Organisms and Devices", *World Futures*, vol. 31, 49-70, Gordon and Breach.
- COULLET, P., EMILSSON, K., 1992. "Strong resonances of spatially distributed oscillators : a laboratory to study patterns and defects", *Physica D*, 61 : 119-131.

- DAIDO, H., 1990. "Intrinsic Fluctuations and a Phase Transition in a Class of Large Populations of Interacting Oscillators", *Journal of Statistical Physics*, 60, 5/6 : 753-800.
- DAMON, J., 1988. *Local Morse Theory for Solutions to the Heat Equation and Gaussian Blurring*, Technical Report. University of North Carolina.
- DOYON, B., CESSAC, B., QUOY, M., SAMUELIDES, M., 1993. "Chaos in Neural Networks with Random Connectivity", *International Journal of Bifurcation and Chaos* (à paraître).
- EMC, 1992. *Emergence dans les Modèles de la Cognition*, (A. Grumbach, E. Bonabeau eds.), Telecom, Paris.
- ENGEL, A., KÖNIG, P., GRAY, C., SINGER, W., 1992. "Temporal Coding by Coherent Oscillations as a Potential Solution to the Binding Problem: Physiological Evidence", *Non Linear Dynamics and Neural Networks* (H. Schuster ed.), Berlin : Springer.
- EVANS, L.C., SPRUCK, J., 1991. "Motion of Level Sets by Mean Curvature. I", *J. Differential Geometry*, 33 : 635-681.
- FLORACK, L., 1993. *The Syntactical Structure of Scalar Images*, Thèse, Université d'Utrecht.
- FODOR, J.A., PYLYSHYN, Z.W., 1981. "How direct is visual perception? Some reflections on Gibson's "ecological approach"", *Cognition*, 9, 139-196.
- GAGE, M., HAMILTON, R. S., 1986. "The Heat equation shrinking convex plane curves", *J. Differential Geometry*, 25 : 69-96.
- GIBSON, J.J., 1979. *The Ecological Approach to Visual Perception*, Boston : Houghton-Mifflin.
- GRAYSON, M., 1987. "The Heat Equation Shrinks Embedded Plane Curves to Round Points", *J. Differential Geometry*, 26 : 285-314.
- HAIMAN, J., (ed.), 1985. *Iconicity in Syntax*, Amsterdam, J. Benjamins.
- HAYES, P., 1985. "The Second Naive Physics Manifesto", *Formal Theories of the Common-sense World*, (J. R. Hobbs, R. C. Moore eds.), 1-36, Norwood, Ablex.
- HOLENSTEIN, E., 1992. "Phenomenological Structuralism and Cognitive Semiotics" (R. Benatti ed.), *Scripta Semiotica*, 1, 133-158, (Peter Lang).
- HUSSERL, E., 1950. *Idées Directrices pour une Phénoménologie*, (trad. P. Ricoeur), Paris, Gallimard, 1982.
- HUSSERL, E., 1969-1974. *Recherches Logiques*, Paris, Presses Universitaires de France.
- HUSSERL, E., 1976. *La Crise des sciences européennes et la phénoménologie transcendantale*, (trad. G. Granel), Paris, Gallimard.

- HUSSERL, E., 1982. *Idées directrices pour une Phénoménologie II : Recherches phénoménologiques pour la Constitution*, (trad. E. Escoubas), Paris, Presses Universitaires de France.
- JACKENDOFF, R., 1983. *Semantics and Cognition*, Cambridge, MIT Press.
- KLEER, J. D., BROWN, J. S., 1984. "A Qualitative Physics Based on Confluences", *Artificial Intelligence*, 24, 7-84.
- KOENDERINK, J.J., 1984. "The Structure of Images", *Biological Cybernetics*, 50, 363-370.
- KOENDERINK, J.J., VAN DOORN, A.J., 1986. "Dynamic Shape", *Biological Cybernetics*, 53, 383-396.
- KOPELL, N., ERMENTROUT, G., B. 1990. "Phase Transitions and Other Phenomena in Chains of Coupled Oscillators", *SIAM J. Appl. Math.*, 50, 4 : 1014-1052.
- KURAMOTO, Y., NISHIKAWA, I., 1987. "Statistical Macrodynamics of Large Dynamical Systems. Case of a Phase Transition in Oscillator Communities", *Journal of Statistical Physics*, 49, 3/4, 569-605.
- LANGACKER, R., 1987/1991. *Foundations of Cognitive Grammar*, Vol. I et II, Stanford University Press.
- LTC, 1989. *Logos et Théorie des Catastrophes* (Colloque de Cerisy à partir de l'oeuvre de René Thom, J. Petitot ed.), Genève, Editions Patino.
- LUMER, E. D., HUBERMAN, B. A., 1992. "Binding Hierarchies: A Basis for Dynamic Perceptual Grouping", *Neural Computation*, 4, 341-355.
- MAC LANE, S., MOERDIJK, I., 1992. *Sheaves in Geometry and Logic*, New York, Springer.
- MALLAT, S.G., 1989. "Multifrequency Channel Decompositions of Images and Wavelet Models", *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 37, 12 : 2091-2110.
- MALLAT, S.G., ZHONG, S., 1989. "Complete Signal Representation with Multiscale Edges", *Technical Report n° 483*, Department of Computer Sciences, New-York University.
- MARR, D., 1982. *Vision*. San Francisco : Freeman.
- MERLEAU-PONTY, M., 1968. *Résumés de Cours. Collège de France 1952-1960*, Paris, Gallimard.
- MEYER, Y., 1989. "Ondelettes, filtres miroirs en quadrature et traitement numérique de l'image", *Gazette des Mathématiciens*, 40, 31-42.
- MEZARD, M., PARISI, G. VIRASORO, M.A., 1987. *Spin glass theory and Beyond*, World Scientific Lecture Notes in Physics, vol. 9, Singapore.
- MUMFORD, D., SHAH, J., 1988. "Boundary Detection by Minimizing Functionals", *Proceedings IEEE Computer Vision and Pattern Recognition Conference*, Ann Arbor, Michigan.

- OSHER, S., SETHIAN, J. A., 1988. "Fronts Propagating with Curvature-Dependent Speed: Algorithms Based on Hamilton-Jacobi Formulations", *Journal of Computational Physics*, 79, 1 : 12-49.
- PETITOT, J., 1979a. "Hypothèse localiste et Théorie des Catastrophes", *Théories du Langage, Théories de l'Apprentissage*, (M. Piatelli ed.), Paris, Le Seuil.
- PETITOT, J., 1979b. "Locale/Globale", *Enciclopedia Einaudi*, VIII, 429-490, Turin, Einaudi.
- PETITOT, J., 1985. *Morphogenèse du Sens*, Paris, Presses Universitaires de France.
- PETITOT, J., 1989a. "Éléments de dynamique modale", *Poetica et Analytica*, 6, 44-79, Université d'Aarhus.
- PETITOT, J., 1989b. "Hypothèse localiste, Modèles morphodynamiques et Théories cognitives : Remarques sur une note de 1975", *Semiotica*, 77, 1/3, 65-119.
- PETITOT, J., 1989c. "Structuralisme et Phénoménologie", *LTC [1989]*, 345-376.
- PETITOT, J., 1989d. "Modèles morphodynamiques pour la Grammaire cognitive et la Sémiotique modale", *RSSI (Canadian Semiotic Association)*, 9, 1-2-3, 17-51.
- PETITOT, J., 1989e. "Morphodynamics and the Categorical Perception of Phonological Units", *Theoretical Linguistics*, 15, 1/2, 25-71.
- PETITOT, J., 1989f. "Forme", *Encyclopædia Universalis*, XI, 712-728, Paris.
- PETITOT, J., 1990. "Le Physique, le Morphologique, le Symbolique. Remarques sur la Vision", *Revue de Synthèse*, 1-2 : 139-183.
- PETITOT, J., 1991a. *La Philosophie transcendantale et le Problème de l'Objectivité*, Paris, Editions Osiris.
- PETITOT, J., 1991b. "Syntaxe topologique et Grammaire cognitive", *Langages*, 103, 97-128.
- PETITOT, J., 1992. *Physique du Sens*. Paris : Editions du CNRS.
- PETITOT, J., 1993a. "Topologie phénoménale. Sur l'actualité scientifique de la *phusis* phénoménologique de Maurice Merleau-Ponty", *Merleau-Ponty. Le philosophe et son langage*, (F. Heidsieck ed.), Cahiers Recherches sur la philosophie et le langage, 15, 291-322, Paris, Vrin.
- PETITOT, J., 1993b. "Phénoménologie naturalisée et Morphodynamique", *Philosophie et sciences cognitives*, (J.-M. Salanskis éd.), *Intellectica*, 17, 79-126.
- PETITOT, J., 1994. "Morphodynamics and Attractor Syntax", *Mind as Motion*, (T. von Gelder, B. Port eds.), MIT Press.
- PETITOT, J., SMITH, B., 1991. "New Foundations for Qualitative Physics", *Evolving Knowledge in Natural Science and Artificial Intelligence*, (J.E. Tiles, G.J. McKee, G.C. Dean eds.), 231-249, Pitman, London.
- PUTNAM, H., 1987. *The Many Faces of Realism*, Open Court, Lasalle, Illinois.
- RENALS, S., ROHWER, R., 1990. "A Study of Network Dynamics", *Journal of Statistical Physics*, 58, 5/6, 825-848.

- RS, 1990. Sciences cognitives : quelques aspects problématiques, (J. Petitot ed.). *Revue de Synthèse*, IV, 1-2.
- SETHIAN, J.A., 1990. "Numerical Algorithms for Propagating Interfaces : Hamilton-Jacobi Equations and Conservation Laws", *J. Differential Geometry*, 31 : 131-161.
- SMITH, B., 1993. "The Structures of the Common-Sense World", *Gestalt Theory. Its Origins, Foundations and Influence*, (A. Pagnini, S. Poggi eds.), Florence, Olschky.
- SOMPOLINSKY, H., CRISANTI, A., SOMMERS, H.-J., 1988. "Chaos in Random Neural Networks", *Phys. Rev. Lett.*, 61, 259-262.
- TALMY, L., 1978. "Relation of Grammar to Cognition", *Proceedings of TINLAP-2* (D.Waltz ed.), Urbana, University of Illinois.
- TALMY, L., 1983. "How Language Structures Space", *Spatial Orientation : Theory, Research and Application*, (H. Pick, L. Acredolo, eds.), Plenum Press.
- TALMY, L., 1985. "Force Dynamics in Language and Thought", *Parasession on Causatives and Agentivity*, Chicago Linguistic Society (21 st. Regional Meeting).
- THOM, R., 1972. *Stabilité structurelle et Morphogénèse*, New York, Benjamin, Paris, Ediscience.
- THOM, R., 1980. *Modèles mathématiques de la Morphogénèse* (2ème ed.), Paris, Christian Bourgois.
- THOM, R., 1988. *Esquisse d'une Sémiophysique*, Paris, InterEditions.
- TIROZZI, B., TSODKYS, M., 1991. "Chaos in Highly Diluted Neural Networks", *Europhy. Lett.*, 14, 727-732.
- WHITAKER, R.T., 1993. "Geometry-Limited Diffusion in the Characterization of Geometric Patches in Images", *CVGIP: Image Understanding*, 57, 1, 111-120.
- WICKERHAUSER, M. V., 1991. *Lectures on Wavelet Packet Algorithms*, Technical Report, Department of Mathematics, Washington University.
- WITKIN, A., 1983. "Scale-Space Filtering", *Proc. Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence* : 1019-1021. Karlsruhe.
- ZEEMAN, Ch., 1977. *Catastrophe Theory*, Massachusetts, Addison-Wesley .

Figure 1. (a) Spectre de puissance d'une unité d'un réseau pour une pente $r = 7.07$. Le mouvement est quasi-périodique sur un 3-tore (3 fréquences incommensurables $\omega_1, \omega_2, \omega_3$).

(b) Section dans le plan (y_3, y_7) de l'attracteur chaotique du réseau pour $r = 10.69$. (D'après Renals, Rohwer [1990]).

Figure 2. Exemples de patterns spatiaux résultant de champs d'oscillateurs faiblement couplés: ondes spirales, patterns hexagonaux, labyrinthes. (D'après Coulet, Emilsson [1992]).

Figure 3. Comparaison des diffusions isotrope et anisotrope (Morel-Alvarez). La diffusion anisotrope simplifie l'image (image RMN du cerveau) tout en préservant les bords: elle fournit une excellente analyse en constituants de la forme. (D'après Florack [1993]).

Figure 4. Extraction des crêtes d'une forme (bruitée). (D'après Whitaker [1993]).

(a) L'image initiale $I(x,y)$.

(b) Effet de la diffusion anisotrope sur la composante $\partial_x I$ du gradient.

(c) Crêtes (trace du Hessien diffusé).

Figure 5. Construction progressive du cut-locus externe d'une configuration de domaines. Sa dynamique et ses singularités (points triples) caractérisent la topologie de la configuration. L'algorithme du grassfire est ici implémenté dans un réseau de neurones à 5 couches dû à Hugh Bellemare.