Modèles formels de la "main invisible" :
de Hayek à la théorie des jeux évolutionnistes

Jean Petitot
EHESS et CREA, Ecole Polytechnique

I. LA TENSION CHEZ HAYEK ENTRE MODERNITE ET CONSERVATISME.

1. Science et traditionalité chez Hayek

Dans la critique hayekienne du rationalisme constructiviste en politique, il existe une ambiguïté entre :
(i) une grande clairvoyance à propos de sciences d'un nouveau type, à savoir les sciences évolutionnistes des organisations complexes et les sciences cognitives,
(ii) la défense — en matière de sens commun et de règles de conduite — d'un traditionalisme conservateur pré-, voire même anti-scientifique.
On a souvent souligné chez Hayek cette ambiguïté entre un avant-gardisme scientifique et un conservatisme culturel et on l'a souvent dénoncée comme une sorte de péché réactionnaire qui obérerait sa défense et illustration du libéralisme.

2. Vers une science du sens commun

Dans mon intervention *Vers des Lumières hayekiennes* au Colloque de Cerisy organisé en 1999 par Alain Leroux et Robert Nadeau pour commémorer le centenaire de la naissance de Hayek, j'ai essayé d'affranchir la pensée hayekienne d'un tel handicap et de justifier rationnellement le conservatisme apparent de son libéralisme. L'idée directrice était que certains développements scientifiques récents changent complètement les données du problème et permettent de justifier le conservatisme de (ii) au nom même des avancées scientifiques de (i). L'idée directrice est que les traditions et les règles du sens commun sont le résultat d'une évolution culturelle qui, comme toute évolution, peut être assimilée à un apprentissage collectif sélectionnant des stratégies qui, même si elles ne sont pas optimales, sont en tout cas extrêmement performantes et pratiquement impossibles à inventer pour un esprit planificateur, quelles que soient ses ressources cognitives. La maîtrise de la complexité de tels processus évolutionnistes permet d'engendrer par synthèse computationnelle (simulation informatique) des évolutions culturelles virtuelles et d'enrichir expérimentalement le domaine des stratégies héritées du sens commun.

3. La possibilité contemporaine d'une critique et d'un dépassement scientifiques du constructivisme rationaliste

Le développement de ce que l'on pourrait appeler des "sciences du sens commun" est fondamental pour le libéralisme auto-organisateur car il permet de dépasser non seulement philosophiquement mais également scientifiquement certains aspects négatifs du rationalisme constructiviste classique. Hayek critiquait dans le constructivisme le fait

> "que c'est uniquement ce qui est rationnellement justifiable, démontrable par l'expérimentation, observable et susceptible de faire l'objet d'un rapport qui peut susciter une adhésion (…) et que tout le reste doit être rejeté. Les règles traditionnelles *qui ne peuvent être démontrées* doivent être rejetées." (*PF* p. 85) [1]

Mais tout change si l'on peut montrer que des règles traditionnelles sont en fait justifiables grâce à de nouvelles méthodes (modèles et synthèse computationnelle) qui permettent d'en "démontrer" le bien fondé.

Il existe deux types très différents de connaissances : les connaissances pratiques et les connaissances scientifiques. C'est le premier type de connaissances qui intervient dans la cognition distribuée des agents à rationalité limitée et située. Mais l'un des aspects les plus intéressants des sciences contemporaines concerne précisément le développement de connaissances scientifiques sur les connaissances pratiques. Il existe désormais (serait-ce partiellement) une modélisation mathématique, une synthèse computationnelle et une méthode expérimentale pour les sciences du sens commun. On peut donc penser intégrer ces thèses dans une rationalité naturaliste élargie et unifiée dépassant leur conflit avec les sciences nomologiques classiques.

La possibilité de reprendre sur des bases scientifiques nouvelles la justification hayekienne des institutions libérales ne va toutefois pas du tout de soi épistémologiquement puisque, pour Hayek lui-même, ces institutions sont précisément la conséquence de notre ignorance des mécanismes sociaux et de notre incapacité à les expliquer. Mais il faut bien voir que l'on peut expliquer scientifiquement certaines limites de notre connaissance. Il existe déjà de nombreux exemples de situations de ce type comme, par exemple, dans de nombreux domaines physico-chimiques, l'impossibilité de prévoir l'évolution de systèmes chaotiques pourtant déterministes.

---

[1] *PF = La présomption fatale.*

4. Hayek avec Kant

En fait, la meilleure interprétation philosophique de Hayek me paraît être une interprétation critique au sens kantien. En effet, chez Hayek, la critique du rationalisme constructiviste en matière de politique, de droit et de morale est très proche de la critique kantienne de la rationalité métaphysique. Elle relève d'un rationalisme critique fondé sur la thèse d'une *auto-limitation* de la raison découlant elle-même d'une *finitude* constitutive de l'entendement humain. La dénonciation du rationalisme constructiviste est celle d'un rationalisme *inconditionné* qui, au lieu de tirer son efficacité opératoire de son auto-limitation même, est victime de la "présomption fatale" d'une toute puissance omnisciente.

Le constructivisme planificateur nie la complexité organisationnelle et élimine l'intelligence collective résultant de l'évolution historique. Or, à cause de l'irréductibilité de la complexité endogène des systèmes organisés, la planification et la prévision sont nocives non seulement en fait mais en droit. Dès qu'elles cessent d'être régulatrices pour devenir normatives et déterminantes, elles font chuter la complexité interne et trivialisent les dynamiques auto-organisationnelles. Elles paralysent la main invisible.

Les structures organisationnelles collectives complexes ne sont pas récapitulables dans une intelligence individuelle. Il est cognitivement impossible de posséder une connaissance complète des causes et des effets des actions; l'information nécessaire sur la société serait tellement énorme qu'elle serait inintégrable par les agents. A cause de la complexité même des interactions des agents et du caractère distribué de leurs connaissances, on ne peut pas aller au-delà d'une simple coordination cohérente d'actions non planifiées.

5. L'évolution culturelle comme apprentissage collectif

Sur le plan cognitif (individuel et social), il existe une origine évolutionniste des règles de perception et de conduite, des conventions et des normes. Ces patterns d'action sont le résultat d'une sélection culturelle — donc, répétons-le, d'un apprentissage collectif historique — fonctionnant comme un processus concurrentiel ayant avantagé les groupes les ayant adoptés. Ils permettent d'agir sans devoir à chaque fois récapituler toutes les expériences permettant d'agir. Le sens commun est lui-même un ensemble de connaissances tacites et de schèmes pratiques permettant, en *typifiant* l'expérience de notre environnement et en la ramenant à des situations *génériques* valables par défaut, d'y agir et d'y prévoir sans nous laisser submerger par le haut flux d'informations non pertinentes charriées par sa complexité. C'est pourquoi pour Hayek, les normes du sens commun ne sont pas des contraintes mais possèdent au contraire une éminente valeur cognitive et pratique. Les traditions sont des "savoirs incorporés" d'origine "phylogénétique" (au sens de l'évolution culturelle) et il est par conséquent tout à fait rationnel (au sens d'une rationalité limitée) de s'y conformer "ontogénétiquement".

II. L'EXEMPLE DES JEUX EVOLUTIONNISTES

J'aimerais maintenant prendre un exemple dans un domaine actuellement en pleine expansion, celui de la théorie des jeux évolutionnistes. Depuis les travaux fondateurs de Robert Axelrod, on a beaucoup travaillé sur certains systèmes complexes adaptatifs "sociaux" pour lesquels on sait analyser les mécanismes sous-jacents. Un exemple typique (et pas trop difficile à présenter) en est celui du *dilemme du prisonnier itéré* (IPD). On en trouvera une excellente présentation synthétique dans le numéro spécial de *Pour la Science* sur les *Mathématiques Sociales* (juillet 1999) où Jean-Paul Delahaye (Université de Lille) résume des travaux prolongeant ceux de R. Axelrod, W. Poundstone, M. Nowak et K. Sigmund. Nous utilisons cet exemple à titre d'illustration en restant le moins technique possible.

1. Le dilemme du prisonnier

Le dilemme du prisonnier est un jeu destiné à modéliser le concept de coopération. On considère deux joueurs A et B et pour chaque joueur deux comportements possibles, à savoir d = défection (trahir) et c = coopération. Le jeu est défini par une matrice donnant les gains (les « payoffs ») des joueurs pour chacune des 4 possibilités (c_A, c_B) : A joue c_A et B joue c_B. Nous conservons les dénominations anglaises :
$T = (d, c)$ = Temptation (A trahit B qui coopère),
$S = (c, d)$ = Sucker (A coopère et se trouve trahi par B) ,
$R = (c, c)$ = Reward (A et B coopèrent et s'en trouvent récompensés),
$P = (d, d)$ = Punishment (A et B trahissent et s'en trouvent pénalisés).

Pour que les termes que nous venons d'utiliser aient un sens et que le jeu soit intéressant il faut que la trahison T de la coopération soit plus « payante » que la coopération R (ce qui explique la « tentation » de trahison), que la coopération R soit plus payante que la défection généralisée P et que la défection généralisée P soit elle-même plus payante que la coopération inconditionnelle (i.e. trahie) S. Autrement dit, on fait l'hypothèse que les gains satisfont les conditions (nous reviendrons sur la dernière condition plus tard) :

$$T > R > P > S \text{ et } (T + S)/2 < R.$$

Voici un exemple typique de matrices de payoffs : la première colonne $A(c)$ est celle de A jouant c, etc. et dans chaque case on représente en haut à droite le gain du joueur colonne A et en bas à gauche celui du joueur ligne B) :

	$A(c)$	$A(d)$
$B(c)$	$R = 3$ (haut) / $R = 3$ (bas)	$T = 5$ (haut) / $S = 0$ (bas)
$B(d)$	$S = 0$ (haut) / $T = 5$ (bas)	$P = 1$ (haut) / $P = 1$ (bas)

<u>*Comportements*</u>:

d = défection (trahir), c = coopération

<u>*Gains*</u> :

$T = (d, c) = 5, S = (c, d) = 0$

$R = (c, c) = 3, P = (d, d) = 1$

<u>*Conditions*</u> :

$T = 5 > R = 3 > P = 1 > S = 0$

$(T + S)/2 = 5/2 < R = 3$

Ce jeu très simple représente une situation où *la rationalité individuelle entre en conflit avec la rationalité collective*. En effet

(i) Si le joueur colonne A joue c, alors le joueur ligne B gagne R s'il joue c et T s'il joue d. Comme $T = 5 > R = 3$, B a donc intérêt à jouer d.

(ii) Si le joueur colonne A joue d, alors le joueur ligne B gagne S s'il joue c et P s'il joue d. Comme $P = 1 > S = 0$, B a donc intérêt à jouer d.

(iii) Si B est rationnel, il jouera donc d *quel que soit* le comportement de A. On dit que la stratégie de trahison d *domine* strictement la stratégie de coopération c : pour le joueur B d fait mieux que c quel que soit le comportement de l'autre joueur.

(iv) Il en va de même pour A par symétrie.

(v) Le résultat du jeu est donc (d, d) = (loose, loose), défection généralisée qui conduit au mauvais gain collectif ($P = 1, P = 1$).

(vi) Or clairement, la coopération (c, c) = (win, win) conduisant au gain collectif ($R = 3, R = 3$) aurait été une stratégie bien supérieure.

Avec une telle matrice de gain, la double stratégie (d, d) est le seul *équilibre de Nash* du jeu, i.e. la double stratégie telle que chaque joueur fait moins bien s'il change de stratégie de façon unilatérale.

On peut généraliser cet exemple de multiples façons, par exemple en introduisant des asymétries, des inégalités larges, un comportement neutre (refus de jouer), des joueurs multiples, des probabilités, etc. Mais le phénomène que nous venons de décrire se révèle *robuste* pour les parties à un seul coup. Comment expliquer alors à partir de ce constat initial la façon dont la coopération peut être sélectionnée évolutivement. Il s'agit là du problème théorique fondamental.

Remarque. La condition $(T + S)/2 < R$ a pour fonction de rendre *convexe* le quadrilatère des payoffs associés à $(c, d) - (c, c) - (d, c) - (d ,d) - (c, d)$. Cela est important pour les stratégies mixtes où le joueur A joue c avec la probabilité p et le joueur B joue c avec la probabilité q. L'espérance de gain de B est alors interne au quadrilatère.

2. Le dilemme du prisonnier itéré (IPD)

La situation change du tout au tout lorsque l'on *itère* le jeu car la défection peut alors être sanctionnée et la coopération récompensée. On peut dans ce cas introduire de véritables stratégies. On suppose que le nombre de coups est indéterminé afin d'éviter la *backward induction*, c'est-à-dire la possibilité de définir une stratégie en remontant au premier coup à partir des résultats du dernier coup. Cela redonnerait en effet le comportement (d, d). On teste alors des stratégies du genre (cf. l'article de J-P. Delahaye) : G = "generous" (gentille) = toujours c; M = "meany" (méchante) = toujours d; TFT = "tit for tat" (donnant-donnant) = d'abord c puis jouer ce que l'autre a joué à la partie précédente; R = "in reprisal" (rancunière) = c mais toujours d dès que l'autre a trahi une fois, etc. On confronte ces stratégies sur un grand nombre de parties (par exemple 1000) et on étudie leurs scores. La notion d'équilibre de Nash doit être renforcée car la stratégie (d_{it}, d_{it}) qui itère l'équilibre de Nash (d, d) des parties à un coup reste un équilibre de Nash. Mais comme beaucoup de stratégies donnent le même résultat que d_{it} en jouant contre d_{it}, il y a trop d'équilibres de Nash. D'où le concept plus contraint de "subgame perfect equilibrium" qui est un équilibre de Nash pour tout sous-jeu.

On constate alors que pour un pool de stratégies simples il y a une supériorité très nette de la stratégie TFT qui ne gagne pas toujours mais est toujours très bien placée. De façon générale, les simulations montrent qu'il y a supériorité des stratégies coopératives ("nice"), vite réactives aux trahisons ("retaliatory"), pardonnant rapidement ("forgiving", non rancunières) et simples ("clear", sans ruse).

Si l'on introduit des stratégies imparfaites avec des erreurs il faut des stratégies un peu plus coopératives. C'est le cas du GTFT (G = "generous") étudié par Nowak et Sigmund. Molander a montré que en réponse à la défection d la meilleure réponse est de jouer la coopération c avec la probabilité

$$Min\left(1 - \frac{T-R}{R-S}, \frac{R-P}{T-P}\right)$$

3. Les jeux évolutionnistes

La théorie des jeux évolutionnistes consiste à considérer des *populations* polymorphes d'individus utilisant différentes stratégies et à définir les nouvelles générations à partir des scores obtenus dans une confrontation généralisée. Les stratégies avec bons scores augmentent leurs représentants alors que celles avec mauvais scores disparaissent progressivement. C'est une théorie plus réaliste que les théories classiques de la rationalité individuelle. Elle permet de comprendre par quelles *dynamiques* les agents peuvent atteindre des équilibres.

Soient $\{s_i\}$ les stratégies et $\{p_i\}$ leur probabilité (i.e. la proportion de la population les jouant). On peut supposer que la taille N de la population reste constante. Dans le cas où il n'y a que les 2 stratégies c (avec probabilité $= p$) et d (avec probabilité $= 1-p$), on calcule facilement les espérances de gains ou « utilités » $U_c(p)$ et $U_d(p)$ de chaque stratégie comme fonction du paramètre p. Rappelons que $T = (d, c)$, $S = (c, d)$, $R = (c, c)$, $P = (d, d)$. Si un agent joue c, la probabilité est p qu'il joue avec un agent c et il gagne alors $(c, c) = R$, tandis que la probabilité est $1-p$ qu'il joue avec un agent d et il gagne alors $(c, d) = S$. Si en revanche l'agent joue d, la probabilité est p qu'il joue avec un agent c et il gagne alors $(d, c) = T$, tandis que la probabilité est $1-p$ qu'il joue avec un agent d et il gagne alors $(d, d) = P$. On obtient ainsi :

$$\begin{cases} U_c(p) = pR + (1-p)S \\ U_d(p) = pT + (1-p)P \end{cases}$$

Le gain moyen de la population est par conséquent donné par la formule :

$$U(p) = pU_c(p) + (1-p)U_d(p) = p^2R + p(1-p)S + (1-p)pT + (1-p)^2 P$$

soit

$$U(p) = p^2R + p(1-p)(S+T) + (1-p)^2 P$$

Quant à l'évolution des probabilités p_i, elle est donnée par des *dynamiques de réplication*

$$p' = p\big(U_c(p) - U(p)\big)$$

4. La stratégie du "tit for tat" : du sens commun aux modèles

Dans ces modèles, les agents sont considérés comme des "phénotypes" exprimant des stratégies "génotypes" et leurs stratégies "micro" influent sur la dynamique "macro" de leur population. Les simulations de cette dynamique fournissent des résultats fort intéressants. Pour des stratégies simples comme ci-dessus Axelrod a montré :

(i) Il y a élimination des stratégies anti-coopératives et la coopération s'installe et se stabilise.

(ii) C'est la stratégie *TFT* qui domine, mais dans les cas où il peut exister des mutants elle est *fragile* car les mutants "gentils" c_{it} ont le même comportement que *TFT* dans un environnement *TFT* et peuvent donc se substituer progressivement au *TFT* de façon silencieuse; mais alors des mutants "méchants" d_{it} peuvent facilement les déstabiliser et envahir le système.

(iii) Pour une stratégie, la réactivité aux trahisons est une condition pour être collectivement stable, c'est-à-dire ne pas pouvoir être déstabilisée par un mutant.

(iv) Si l'on introduit des stratégies complexes, alors il peut se produire de nombreux phénomènes subtils dès qu'il existe au moins trois stratégies en interaction. Par exemple une stratégie non coopérative peut en utiliser une autre pour éliminer les stratégies coopératives et l'éliminer ensuite à son tour. Ou encore le désordre permet à des stratégies non coopératives de survivre et même de gagner, etc.

(v) La maîtrise computationnelle de ces situations permet alors de montrer qu'il existe d'autres stratégies que *TFT* qui sont maximalement performantes dans ces contextes élargis. Autrement dit, on peut raffiner le *TFT* sélectionné par le sens commun.

Bref on constate "expérimentalement" (au sens de la synthèse computationnelle) une extrême complexité des dynamiques possibles.

Nous rencontrons ici un exemple typique de *modèle du sens commun* :

(i) Les simulations confirment un sens commun politique, social, pédagogique qui constitue un savoir incorporé et permet d'agir de façon efficace sans avoir à répéter indéfiniment les mêmes expériences déceptives.

(ii) Mais dans le même temps elles permettent de dépasser le sens commun, non pas en lui donnant tort, mais en sélectionnant des règles en quelque sorte d'"hyper" sens commun dans le cadre *expérimental* (au sens de la synthèse computationnelle) d'évolutions culturelles *virtuelles*.

Les jeux évolutionnistes sont intéressants dans la mesure où ils remplacent une intelligence rationnelle individuelle surhumaine (irréalisable) par l'intelligence collective (réalisable) d'une population d'agents en interaction dont la rationalité et les ressources cognitives sont fortement limitées. L'optimisation n'est plus individuelle mais collective et peut être obtenue sans hypothèse de rationalité individuelle forte. Elle relève d'un sens commun "artificiel" mimant le sens commun "naturel".

5. Les généralisations de Sigmund et Novak

Un certain nombre d'auteurs ont étudié des facteurs qui favorisent la coopération dans l'IPD lorsque l'on change l'espace des stratégies, les processus d'interaction et les processus d'adaptation (i.e. les changements de stratégie des agents par apprentissage). En particulier, l'introduction de relations "topologiques" de "voisinage" entre agents autorise pour chaque agent un apprentissage imitant le voisin qui a fait le meilleur score. L'évolution des stratégies par algorithmes génétiques a également des effets très importants.

On peut ainsi modéliser de très nombreux systèmes. Considérons par exemple des stratégies simples (i, p, q) où :

i = probabilité initiale de coopération,

p = probabilité de coopération au coup suivant si l'autre coopère,

q = probabilité de coopération au coup suivant si l'autre trahit.

On a trivialement $c_{it} = (1,1,1)$, $d_{it} = (0,0,0)$, $TFT = (1,1,0)$, $c_p = (p, p, p)$ (toujours c avec la probabilité p). On a aussi $GTFT = (1,1,Min\left(1-\dfrac{T-R}{R-S},\dfrac{R-P}{T-P}\right))$.

Sigmund et Nowak ont montré que les « méchants » d_{it} peuvent gagner au début. Mais les *TFT* résistent. Une fois que les « gentils » (suckers) c_{it} ont été décimés, les exploiteurs ne peuvent plus les exploiter et les stratégies coopératives de type *TFT* s'imposent. Après avoir permis l'émergence de la coopération, elles sont elles-mêmes dépassées par des *GTFT*. Mais la stratégie *GTFT* est fragile et permet le retour des d_{it}. Une stratégie qui résiste bien à d_{it} est la stratégie "pavlovienne" de Kraines : c après R ou T, d après P ou S.

6. Les IPD spatialisés de Nowak et May

Pour les IPD *spatiaux* il existe une "topologie" telle que chaque agent possède certains voisins avec qui il interagit. Pour un voisinage à 4 voisins *renouvelés* à chaque période et pour un processus d'évolution consistant à imiter le voisin ayant fait le meilleur score, Axelrod obtient les résultats suivants : pour des probabilités (i, p, q) initiales de (0.5, 0.5, 0.5) distribuées aléatoirement, ceux qui coopèrent presque toujours (les "suckers" *S*) sont éliminés par ceux qui trahissent presque toujours (les "meanies" *M*) dont la stratégie se propage.

Dans un tel système, l'émergence de la coopération est impossible. En revanche si les voisins sont *fixes* (au lieu de changer à chaque période), alors les stratégies défectives ne peuvent plus envahir le système. C'est au contraire la stratégie *TFT* qui domine et se généralise car si 2 agents *TFT* apparaissent par mutation et se rencontrent, ils font aussitôt école et leur stratégie se propage jusqu'à envahir le système. Par exemple, dans un tel système un S avec trois voisins *TFT* et un voisin M issu d'une mutation est éliminé par le M qui gagne. Mais ensuite les M doivent interagir entre eux avec uniquement des voisins *TFT*. Comme ce sont alors les *TFT* qui gagnent, les M se convertissent à *TFT*. Autrement dit, les fluctuations M sont *récessives*. C'est la base des propriétés de *stabilité*, dans ce contexte, des stratégies évolutionnairement stables comme *TFT* qui ne peuvent pas être déstabilisées par des envahisseurs mutants.

Nowak et May ont en particulier étudié les systèmes définis sur un réseau carré à 8 voisins par la matrice extrêmement simple:

	$A(c)$	$A(d)$
$B(c)$	$R = 1$ $R = 1$	$T = b$ $S = 0$
$B(d)$	$S = 0$ $T = b$	$P = 0$ $P = 0$

<u>*Comportements*</u>:
d = défection (trahir), c = coopération
<u>*Gains*</u> :
$T = (d, c)$ = Temptation, $S = (c, d)$ = Sucker, $R = (c, c)$ = Reward, $P = (d, d)$ = Punishment
<u>*Conditions*</u>
$T = b > R = 1 > P = 0 = S = 0$

avec par exemple une configuration aléatoire initiale de 50% de c et de 50% de d. La « tentation » b est le paramètre du système. On compare les scores (la somme des gains du site et de ses 8 voisins) et le site adopte la stratégie du site de son voisinage (lui-même plus ses 8 voisins) qui a obtenu le meilleur résultat. On trouve :

(i) pour $b < 1.8$, c domine (si la tentation est trop faible alors la coopération s'insatalle) mais seulement au bout d'un certain temps;

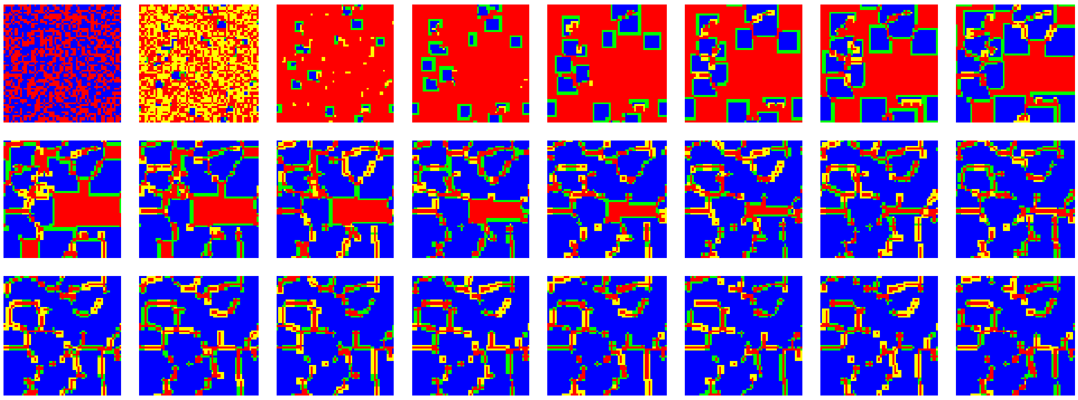
(ii) pour $b > 2$, d domine immédiatement (si la trahison est fortement récompensée on a une population « hobbesienne »);

(iii) mais pour b□□□□□l'intervalle $B_c = [1.8, 2]$, Zhen Cao et Rudolph Hwa ont montré qu'il existe une transition *critique* $c \rightarrow d$, avec des clusters multi-échelle emboîtés de c et de d.

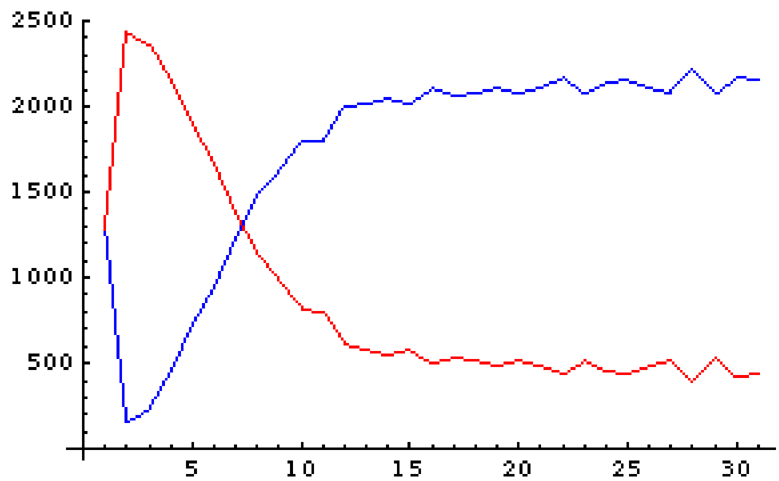
Voici un exemple de ce phénomène obtenu avec une implémentation *Mathematica™* due à Richard Gaylord et Kazume Nishidate. Le code couleur des stratégies est

c puis c = bleu; d puis d = rouge; c puis d = jaune; d puis c = vert.

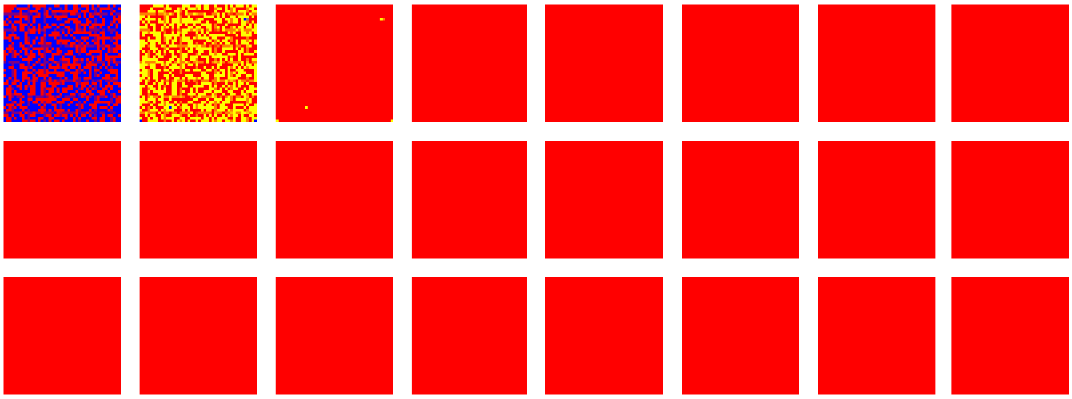
Pour $b = 1.5$ et une configuration initiale "InitConfig" 50%-50%, on voit que (c, c) domine assez vite, mais uniquement à travers un processus d'extension de noyaux coopératifs ayant résisté à une phase initiale catastrophique de décimation. La domination laisse d'ailleurs subsister des lignes de fracture de défections (d, d) sur lesquelles les comportements oscillent.



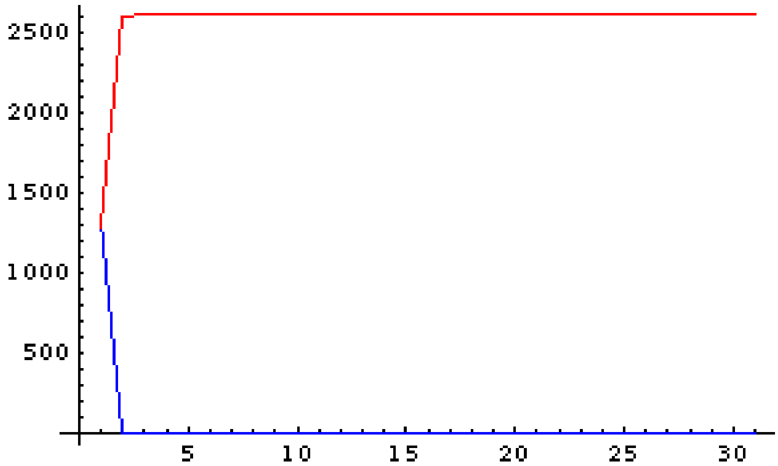
Si l'on représente l'évolution au cours du temps des sous-populations (c, c) et (d, d) on voit très nettement ces phénomènes de décimation initiale suivi d'une reconquête et d'oscillation (le nombre de coups est en abscisse et la taille de la population en ordonnée).



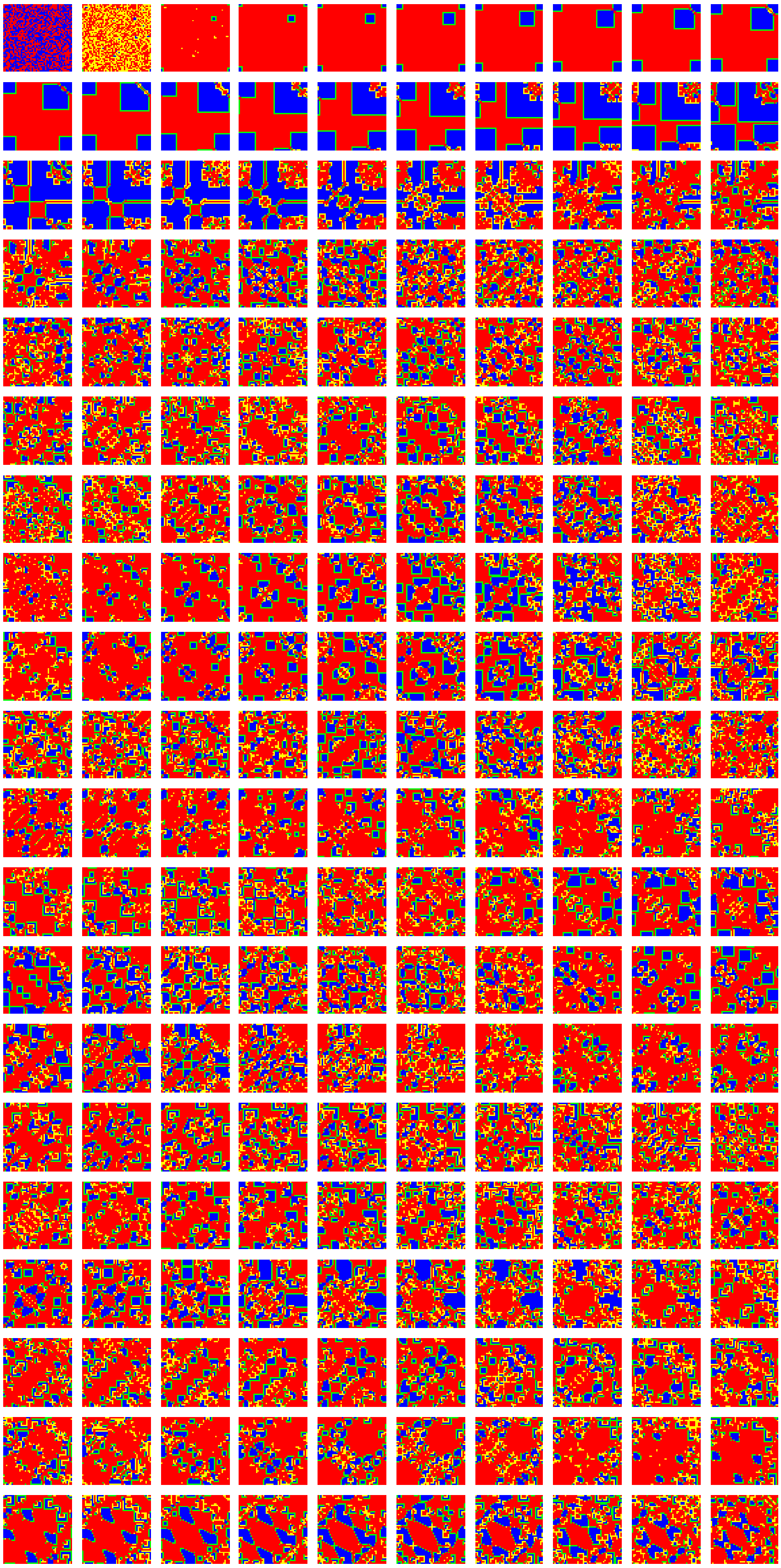
Pour $b = 2.1$ et une InitConfig 50%-50%, on voit que d domine et cette fois directement et sans partage.



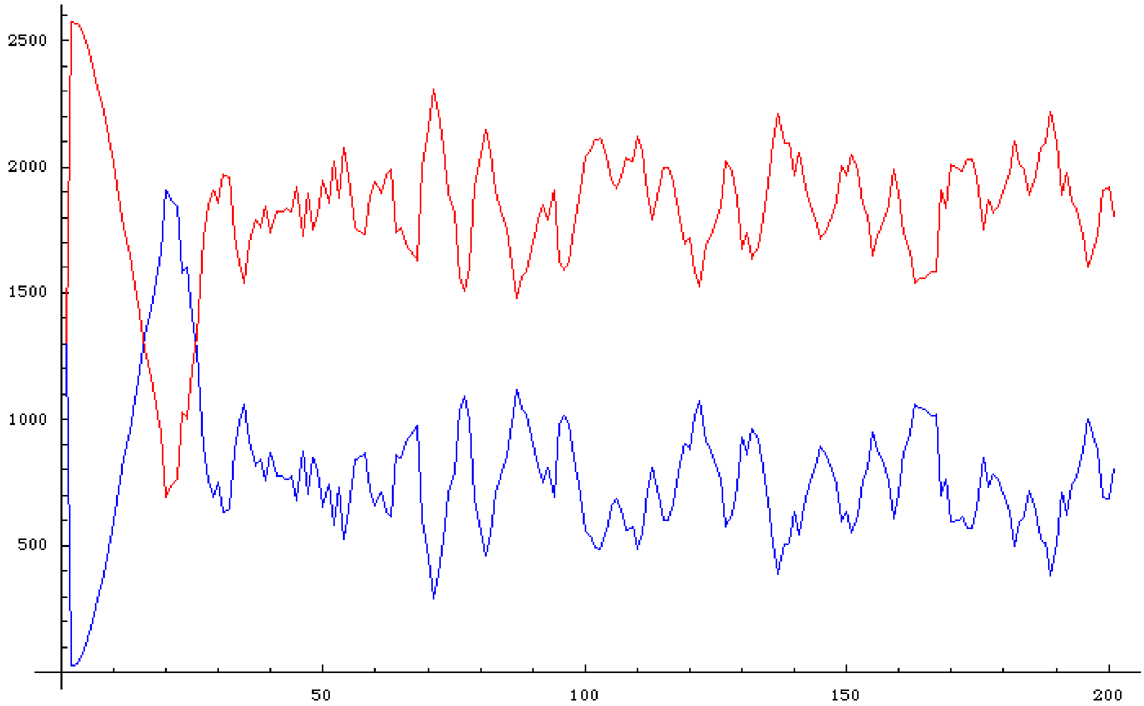
Cela se voit très bien sur les courbes d'évolution :



Voici un troisième exemple pour une valeur du paramètre $b = 1.84$ appartenant à l'intervalle critique B_c et une InitConfig 50%-50%. On voit que la défection (d, d) commence par dominer, puis que la coopération (c, c) commence à reconquérir du terrain à partir de noyaux ayant résisté à la décimation initiale, mais que contrairement à ce qui se passait pour l'exemple $b = 1.5$, se constituent ensuite des clusters multi-échelle de c et de d.

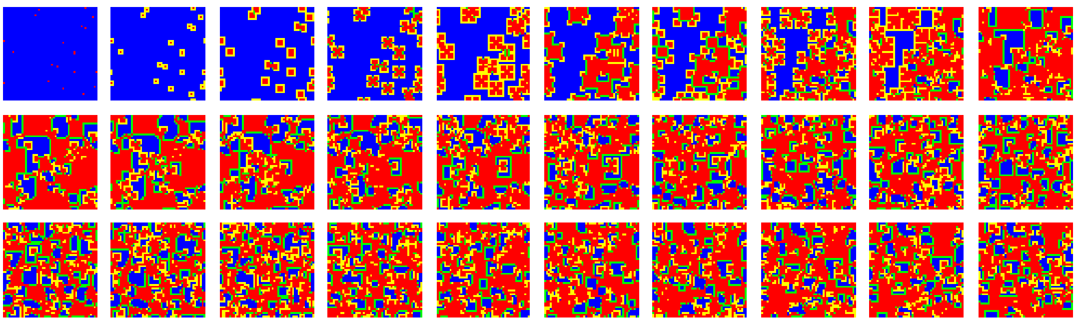


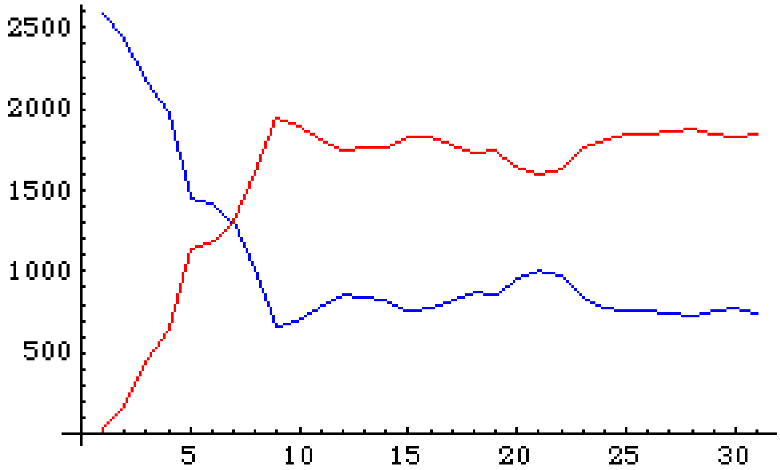
Cette dynamique se lit très bien sur les courbes d'évolution où les courbes (c, c) et (d, d) subissent, en plus de leurs petites oscillations, des oscillations de plus grande échelle qui les font se croiser et recroiser.



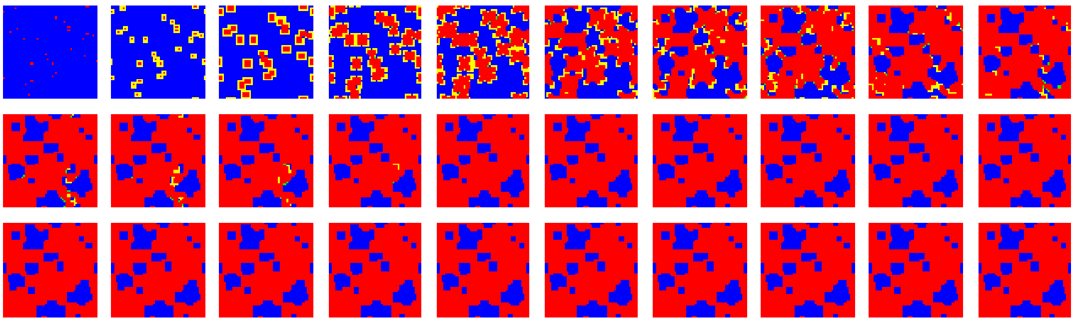
La configuration initiale InitConfig joue évidemment un rôle dans l'évolution du système. Elle constitue à côté de b un second paramètre du modèle. Les simulations montrent alors un certain nombre de choses interessantes.

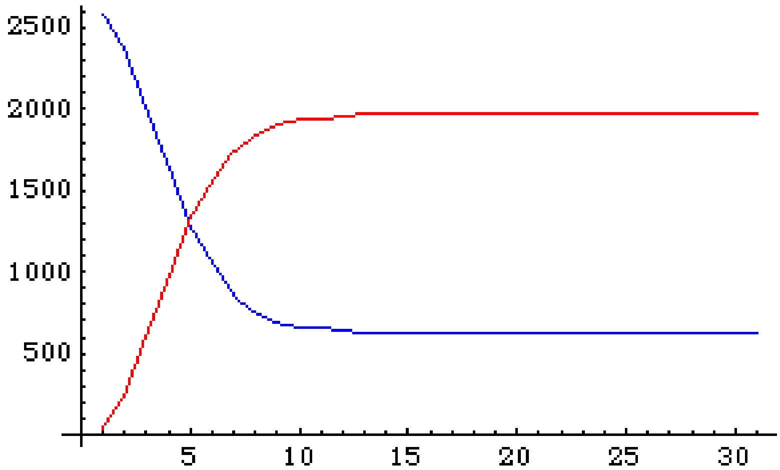
Même pour un pourcentage initial très faible de défecteurs dans InitConfig (0.01% dans l'exemple ci-dessous), la traversée de la valeur critique b = 1.8 permet aux défecteurs de devenir majoritaires même si les coopérateurs résistent bien.





L'énorme majorité initiale de coopérateurs se manifeste par le fait que même après la seconde valeur critique 2 (2.2 dans l'exemple ci-dessous), il subsiste des *noyaux invariants* de coopérateurs empêchant à la défection d'être totale.





Ce phénomène subsiste jusqu'à un certain pourcentage (vers 0.2%) puis disparaît.

<u>7. La confirmation par les algorithmes génétiques</u>

On peut approfondir encore les choses en introduisant des algorithmes génétiques. Dans un processus d'apprentissage il y a 4 composantes :

(i) le domaine d'apprentissage,

(ii) le training set (l'ensemble d'exemples associant des inputs à des outputs),

(iii) le système d'apprentissage lui-même,

(iv) les tests de la capacité qu'a le système d'effectuer correctement des généralisations et des inductions à partir des exemples et d'appliquer les règles apprises à de nouvelles données.

La programmation génétique est un ensemble d'algorithmes d'apprentissage formalisant l'évolution naturelle darwinienne. L'évolution y est conçue comme un apprentissage sur le long terme issu de l'expérience collective d'un grand nombre de générations dans une population. Ses conditions de possibilité sont :

(i) la reproduction des individus dans la population,

(ii) une source de variabilité par mutation,

(iii) l'hérédité,

(iv) la compétition pour l'appropriation de ressources finies et la sélection.

Dans la programmation génétique

(i) on considère des populations d'individus supports "phénotypiques" de programmes "génotypes",

(ii) on fait opérer sur les structures formelles constitutives des programmes des opérateurs génétiques de cross over (on échange deux sous-programmes de programmes "parents"), de mutation (on remplace un fragment de programme par un autre) et de reproduction (on copie l'individu et on le rajoute à la population), et enfin

(iii) on simule l'évolution d'une population au moyen d'une sélection qui est fondée sur une fonction de fitness avec les données, fitness qui sélectionne les programmes destinés à être améliorés.

Des travaux comme ceux de Dupuy et Torre (1999) montrent que l'usage des algorithmes génétiques confirment l'excellence opératoire du tit for tat.

Conclusion

Nous avons vu sur des exemples très simples de jeux évolutionnistes comment et pourquoi une règle bien connue du sens commun comme la stratégie du tit for tat dans les situations de coopération / défection se révélait être particulièrement opératoire, et comment le fait que cette effectivité avait pu entraîner sa sélection par l'évolution culturelle était lui-même modélisable.

On peut considérablement améliorer et enrichir ce type de modèles. Par exemple, dans ses modèles de métamimétisme *Métadynamiques en Cognition Sociale*, David Chavalarias a montré comment on pouvait introduire plusieurs règles de décision et de comportement (en particulier d'imitation) et endogénéïser leur choix dans le modèle. Mais notre propos était seulement illustratif. Il se bornait à montrer d'abord que des concepts comme ceux de coopération recouvrent une très grande complexité interne que seuls des modèles (même simples) peuvent révéler et ensuite que ces modèles peuvent retrouver (et donc confirmer) la thèse hayekienne de l'opérativité du sens commun comme "savoir incorporé" d'origine "phylogénétique".

A partir de l'accumulation de nombreux exemples de ce genre on peut défendre la thèse qu'il existe désormais (serait-ce partiellement) une synthèse computationnelle et une méthode expérimentale pour des "sciences hayekiennes" qui seraient des sciences du sens commun. En y mettant le prix, comme on le fait pour l'astrophysique, les programmes spatiaux, la météorologie ou le séquençage du génome, on pourrait donc commencer à simuler les thèses hayekiennes, par exemple sur la justice sociale, et voir si les modèles lui donne véritablement raison .

Cela permettrait d'intégrer ces thèses dans une rationalité naturaliste élargie et unifiée dépassant leur conflit avec les sciences nomologiques classiques. De même que pour un physicien actuel il n'y a plus aucune exception ontologique des systèmes chaotiques imprédictibles (par exemple turbulents) par rapport aux systèmes mécaniques classiques comme les systèmes kepleriens, mais "seulement" des différences entre des systèmes dynamiques complètement intégrables et des systèmes dynamiques non linéaires présentant de fortes propriétés d'instabilité et de sensitivité aux conditions initiales; de même que pour un biologiste actuel il n'y a plus d'exception ontologique du vivant mais "seulement" un saut dans la complexité de mécanismes macromoléculaires; de même que pour un cognitiviste actuel il n'y a déjà pratiquement plus d'exception ontologique de la conscience mais "seulement" des propriétés naturelles d'un certain type de certains systèmes de traitement de l'information; de même, si nous suivons le chemin des "sciences hayekiennes" de la main invisible et du sens commun, il n'y aura bientôt plus d'exception ontologique du symbolique et du social mais "seulement" un autre saut dans la complexité des mécanismes informationnels et organisationnels.

BIBLIOGRAPHIE

Axelrod R., Cohen M., Rislo, R. 1998. "The Emergence of Social Organization in the Prisoner's Dilemma: How Context Preservation and other Factors Promote Cooperation", à paraître.

Binmore K., 1994. *Playing Fair*, Cambridge, MIT Press.

Cao, Z., Hwa, R., 1999. "Phase transition in evolutionary games", *Intern. Jour. of Modern Physics A*, 14, 10, 1551-1559.

Delahaye J-P., Mathieu P., 1999. "Des surprises dans le monde de la coopération", *Les Mathématiques sociales, Pour la Science,* 58-66.

Dupuy, C., Torre, A., 1999. "The morphogenesis of spatialized cooperation relations", *European Journal of Economic and Social Systems*, 13, 1, 59-70.

Hayek F. von, 1988. *The Fatal Conceit. The Errors of Socialism*, London-New York, Routledge.

Hofbauer J., Sigmund K., 1988. *The Theory of Evolution and Dynamical Systems*, Cambridge UP.

Kirman A., 1998. "La pensée évolutionniste dans la théorie économique néoclassique", *Philosophiques*, XXV, 2, 219-237.

Koza, J.R., 1992. *Genetic Programming: On the Programming of Computers by Natural Selection*, MIT Press, Cambridge, MA.

Livet P., 1998. "Jeux évolutionnaires et paradoxe de l'induction rétrograde", *Philosophiques*, XXV, 2, 181-201.

Nadeau R., 1998. "L'évolutionnisme économique de Friedrich Hayek", *Philosophiques*, XXV, 2, 257-279.

Nemo P., 1988. *La société de droit selon F.A. Hayek*, Paris, PUF.

Petitot, J, 2000. "Vers des Lumières hayekiennes : de la critique du rationalisme constructiviste à un nouveau rationalisme critique", Colloque de Cerisy *Friedrich Hayek et la philosophie économique* (A. Leroux et R. Nadeau eds), *Philosophie économique*, 2, 9-46.

Poundstone W., 1993. *Prisoners Dilemma*, Oxford UP.

Samuelson L., 1997. *Evolutionnary Games and Equilibrium Selection*, Cambridge, MIT Press.

Weibull J., 1996. *Evolutionary Game Theory*, Cambridge, MIT Press.