Fundamenta Scientiae, Vol. 10, Nº 1, pp. 57-84, 1989
Printed in Brazil

1060-7847/90
Nova Stella Editorial

Logique transcendantale, synthétique a priori et herméneutique mathématique des objectivités

Jean PETITOT*

à Ludovico Geymonat,
en hommage

Résumé — L'article se propose de montrer pourquoi il est nécessaire et comment il est possible de réévaluer la conception transcendantale de l'épistémologie en mathématiques pures et en physisque théorique. D'abord, il explique que, conformément à l'affirmation de G.G.Granger, il existe bien des contenus formels en mathématiques; un certain type de platonisme — non naïf et proche de celui développé par Gödel — est donc justifié. Ensuite il explicite le concept d'une herméneutique intrinsèque des mathématiques pures; celle-ci concerne les possibilités, indéfinies, de traduction partielle des théories les unes dans les autres; une telle entre-expressivité inter-théorique — caractéristique des mathématiques conceptuelles et structurales — avait commencé à être investiguée par A. Lautman à la fin des années trente. Enfin, il montre à partir d'exemples empruntés à la physique théorique (théorème de Noether, théories de jauge, théorie des cordes), comment cette herméneutique mathématique intrinsèque s'implique dans l'expérience sous la forme d'une herméneutique extrinsèque; celle-ci concerne la "construction" (au sens kantien) des catégories de l'existence physique (substance, causalité, interaction) qui légalisent les phénomènes naturels. Une telle épistémologie néo-transcendantale restaure le *synthétique a priori* dans sa fonction objectivement constitutive (non cognitive). Elle permet, sans sacrifier la rationalité, de résoudre le double problème de l'unification et de l'historicité des sciences, et, conformément au voeu de Ludovico Geymonat, de développer une dialectique de leur vérité objective et de leur valeur historique.

Abstract — In this article we show why it is necessary, and how it is possible, to reevaluate the transcendental conception of epistemology in pure mathematics and in theoretical physics. Firstly, we explain that, according to G.G.Granger's thesis, formal contents effectively exist in mathematics. A certain type of platonism — not naive and near the one advocated by Gödel — is indeed justified. Then, we introduce and clarify the concept of an intrinsic hermeneutics of pure mathematics. It concerns the open and neverended possibilities of partially translating and interpreting the theories the one into the other. Such a cross-expressivity — which is characteristic of conceptual and structural mathematics — had begun to be investigated by A. Lautman at the end of the 30's. We show finally, by taking exemples from theoretical physics, how that mathematical hermeneutics implies itself in the experimental fields under the form of an extrinsic hermeneutics. The latter concerns the "construction" (in the Kantian sense) of the categories of physical existence (substance, causality, interaction) which legalize natural phenomena. Such a neo-transcendental epistemology restaures the *synthetic a priori* in its objectively (not cognitive) constitutive role. It allows — without sacrifying rationality — to solve the double problem of unification and historicity of science. According to Ludovico Geymonat's wish, it elaborates a dialectic between the objective truth and the historical value of scientific theories.

---

*École des Hautes Études en Sciences Sociales — Centre d'Analyse et de Mathématique Sociales. 54, bd Raspail 75006 Paris

I — UNE QUATRIEME TACTIQUE TRANSCENDANTALE: LA TACTIQUE MATHEMATIQUE-INTERPRETATIVE

Nous aimerions soumettre à discussion certains éléments pour une épistémologie rationaliste "plausible". "Plausible" signifie qu'il doit s'agir:
(i) d'une épistémologie dans laquelle la perspective analytique sur les objectivités ne conduit pas à dénier, voire à purement et simplement sacrifier, certains des caractères rationnels les plus évidents et les plus essentiels des sciences proprement dites et, en particulier, l'intelligibilité et la détermination mathématiques de leur réalité objective;
(ii) d'une épistémologie qui arrive à surmonter le conflit dialectique de type dogmatisme/scepticisme qui domine la philosophie des sciences depuis la liquidation du synthétique a priori, à savoir le conflit opposant le dogmatisme positiviste de l'empirisme logique (même libéralisé) au scepticisme relativiste des approches post-positivistes de l'activité scientifique (structures socio-économiques et institutionnelles, stratégies argumentatives et rhétoriques de légitimation, établissements de consensus communicationnels, formations discursives, corps de croyance, etc.); ce scepticisme reformule en termes de sciences humaines l'activité interprétative constitutive des élaborations conceptuelles, c'est-à-dire, tout un univers de *contenus* théoriques (non empiriques) expulsés par le positivisme hors de l'objectivité vers la psychologie ou la pragmatique.

Fernando Gil a proposé de hausser cette dualité entre les exigences respectives d'une adéquation aux données et d'une interprétation conceptuelle au rang d'une antinomie épistémologique[1]. Une aporie de l'objectivité y oppose un réalisme de la représentation à un idéalisme de l'interprétation. Une épistémologie rationaliste "plausible" se propose d'inclure dans une doctrine "forte" de l'objectivité l'idéalisme de l'interprétation, mais en y éliminant toute connotation sceptique-relativiste et, en le pensant en termes *d'herméneutique et d'historicité de l'objectivité*. Il s'agit de développer une dialectique de la vérité objective et de la valeur historique dans les sciences et, donc, d'articuler un rationalisme critique des objectivités avec un historicisme des traditions scientifiques, au sens par exemple, de Ludovico Geymonat.

Peu de philosophes des sciences ont pris ce risque . Il est donc d'autant plus remarquable que les plus importants épistémologues italiens se soient engagés dans cette voie: Antonio Banfi, Giulio Preti, Ludovico Geymonat[2]. Nous voudrions montrer que l'on peut renforcer leur point de vue:

---

[1]Cf. Gil [1988], cf. également Petitot [1987b], [1988a] et [1988b].

[2]Pour la pensée d'A. Banfi, cf. Banfi [1926] et Petitot [1987c]. Pour celle de G. Preti, cf. Preti [1976] et Petitot [1988b]. Pour celle de L. Geymonat, cf. Geymonat [1985], Mangione [1985], Minazzi-Zanzi [1987].

(i) en réévaluant — mais en les libéralisant et en les généralisant — certains motifs transcendantaux;
(ii) en repensant le rôle déterminant des mathématiques pures dans les sciences formalisées.

L'idée directrice est qu'une version *mathématique* de l'idéalisme de l'interprétation permet de sauver naturellement le *réalisme ontologique* des explications scientifiques tout en *historicisant* le concept d'objectivité.

Dans son ouvrage "Questions de Forme" consacré à l'étude topique et comparative du concept d'analyticité de Kant à Carnap, Joëlle Proust a dégagé une remarquable permanence de la problématique transcendantale dans l'épistémologie moderne[3]. Elle a classé les principaux points de vue en trois "tactiques" principales:
(i) la tactique *transcendantale-subjective* (fondée par Kant): les actes de jugement du sujet obéissent à des contraintes formelles provenant de leur faculté d'origine (formes de l'intuition, fonctions de l'entendement, etc.);
(ii) la tactique *onto-transcendantale* (exemplifiée par Bolzano et Frege): l'instance fondationnelle est expulsée du sujet et installée dans un espace objectif; un objectivisme logique se substitue au subjectivisme transcendantal;
(iii) la tactique *syntaxique* (exemplifiée par Wittgenstein et Carnap): les conditions de possibilité de l'expérience, les a priori constitutifs, se trouvent réduits à des formes linguistiques conventionnelles, c'est-à-dire, à des règles grammaticales.

Nous voudrions prolonger et enrichir cette dernière tactique par une quatrième tactique transcendantale, que nous qualifierons *de mathématique et d'interprétative*. Elle repose sur l'idée d'une *herméneutique mathématique du sémantisme catégorial légalisant les ontologies régionales* (tous les mots sont ici des mots-clefs). Elle retrouve sur bien des points, nous allons le voir, la troisième tactique. Mais elle en déplace la plupart des thèmes et conduit à une franche réévalution de la *fonction* du *synthétique a priori*, dans les sciences.

En faisant porter les poids sur le rôle constitutif des mathématiques pures, la tactique mathématique-interprétative vise à remédier à l'un des aspects les plus insatisfaisants de l'épistémologie contemporaine, à savoir la discordance grandissante existant entre d'un côté, une philosophie des mathématiques forte et plausible et d'un autre côté, une épistémologie convaincante des sciences empiriques. L'origine d'une telle discordance est évidente. Toute conception empiriste des sciences présuppose d'une façon ou d'une autre la possibilité de réduire le sens cognitif des énoncés

---

[3]Proust [1986].

aux seuls contenus empiriques. Les idéalités mathématiques ne peuvent donc pas être constitutives des phénomènes en tant que *contenus* (il y aurait là, croit-on, une incompréhensible "participation" platonicienne). D'où la thèse wittgensteinienne que, si les mathématiques fournissent bien une information et une vérité, ce n'est pas sur des *objets* idéaux autonomes participant aux phénomènes, mais sur des règles prescriptives et des normes d'usage de concepts. Une telle thèse permet en effet de ramener le problème de *l'applicabilité* des mathématiques à l'expérience à celui de l'applicabilité de "formes" logiques sans contenu à la "matière" des données empiriques. Le rapport dénotatif entre syntaxe et sémantique qui est propre à la théorie logique des modèles sert dès lors à penser le rapport entre mathématiques et réalité, ce qui, évidemment, exclut tout concept de synthétique a priori.

Dans "La force de la règle", Jacques Bouveresse a rappelé que pour Carnap l'intérêt de la thèse wittgensteinienne était "qu'il devenait possible pour la première fois de combiner la thèse fondamentale de l'empirisme avec une explication satisfaisante de la nature de la logique et des mathématiques"[4]. Mais, selon nous, cette explication est loin d'être "satisfaisante". En fait, pour la plupart des mathématiciens, elle n'est même pas plausible. Elle n'est que la moins insatisfaisante qui soit compatible avec "la thèse fondamentale de l'empirisme". Nous voudrions par conséquent *inverser* le propos le carnapien. Comme nous le verrons, on peut penser à bon droit que la thèse fondamentale sur la nature des idéalités mathématiques doit être une thèse *platonicienne* — mais non naïve (cf. Gödel). Pour nous, l'intérêt de la tactique mathématique-interprétative est qu'avec elle il devient possible pour la première fois de combiner la thèse fondamentale du platonisme mathématique avec une explication satisfaisante de la nature des sciences empiriques.

La tactique syntaxique méconnaît deux données fondamentales. La première est que les idéalités mathématiques peuvent être pensées comme des entités platoniciennes à condition que leur autonomie et leur objectivité ne soient pas pensées de façon naïvement ontologique mais comme *corrélatives* d'actes opératoires syntaxiquement normés[5]. Le concept husserlien de corrélation noético-noématique permet de dépasser les apories du platonisme naïf. Si les corrélats objectifs (noématiques) sont conçus comme des composantes réelles (non intentionnelles) des actes (des synthèse noé-

---

[4]Bouveresse [1987], (citation de *l'Autobiographie* de Carnap). Pour des précisions sur la philosophie des mathématiques de Wittgenstein, cf. Shanker [1987]. Pour des précisions sur la philosophie des mathématiques de Husserl, cf. Willard [1984].

[5]Pour des précisions sur ce point, cf. Desanti [1968], Granger [1988] et Petitot [1987a].

tiques), on aboutit à un idéalisme subjectiviste. Si au contraire, ils sont conçus comme des objets autonomes subsistants par soi (i.e. décorrelés des actes), on aboutit à un réalisme ontologique. Mais en fait, les corrélats sont des composantes *non réelles* des actes. Comme J.T. Desanti y a insisté, ils ne peuvent pas être donnés "en personne" (i.e. de façon transparente) dans une conscience d'évidence. C'est même pourquoi, ils doivent être explicitement légalisés et axiomatiquement dominés.

Si l'on fait usage du concept de corrélation, il n'est plus nécessaire d'affirmer qu'un conventionalisme des règles implique l'inexistence des idéalités mathématiques. Des actes opératoires peuvent constituer des *contenus* idéaux corrélatifs qui leur sont pourtant transcendants (fondation des transcendances objectives dans l'immanence des actes constitutifs). La question devient alors celle de *l'applicabilité* empirique de tels contenus. C'est ici qu'intervient la seconde donnée fondamentale. Elle est que, pour devenir *objet* d'expérience, un phénomène doit être au préalable *objectivé*, c'est-à-dire, *légalisé*. Un telle objectivation s'effectue à travers les contenus *catégoriaux* d'une ontologie régionale (au sens de Husserl) et, c'est dans le *sémantisme* catégorial que se fonde la *syntaxe* des règles éidético-constitutives[6]. Autant il est difficile de comprendre comment des idéalités mathématiques indépendantes peuvent bien être des composantes réelles de faits empiriques, autant, il est facile de comprendre comment des idéalités mathématiques corrélatives d'actes peuvent être des composantes idéelles de contenus catégoriaux prescriptifs légalisant les phénomènes. C'est sur cette remarque que repose la tactique mathématique-interprétative.

Lorsque les progrès de la logique formelle ont remis en cause certaines thèses trop radicales du logicisme, on n'a pas pour autant sacrifié le concept d'analyticité. On l'a au contraire approfondi, élargi, généralisé, libéralisé. Il aurait dû en aller de même du concept de synthétique a priori. Les progrès des mathématiques et de la physique qui paraissaient remettre en cause sa stricte formulation kantienne n'auraient pas dû conduire à le sacrifier, mais au contraire à l'approfondir, l'élargir, le généraliser, le libéraliser. Sa liquidation a rendu impossible une compréhension philosophique "plausible" des sciences contemporaines et a conduit l'épistémologie à des conceptions de la nature des sciences qui possèdent l'étrange privilège d'être de plus en plus étrangères aux contenus *effectifs* de ces sciences[7]. L'un des

[6] L'idée est donc *que les formes de la syntaxe spécifient grammaticalement des contenus*. Ces contenus ne sont pas sémantiques au sens dénotatif mais au sens de possibilité de la manifestion phénoménale. La linguistique cognitive a récemment redécouvert cette idée éminemment kantienne.

[7] Cf. sur ce point les critiques adressées par J. Largeault à l'épistémologie au nom des sciences: Largeault [1982].

grands malheurs de l'épistémologie positiviste est sans doute d'avoir réduit le concept kantien de *jugement* à un problème propositionnel. Or, il est clair que le synthétique *a priori*, ne saurait pas être un caractère propre à une certaine classe *d'énoncés*. Il nomme une instance. Il n'existe pas d'énoncés synthétiques a priori. Mais, il existe une *fonction* du synthétique a priori. C'est pourquoi, par exemple, une géométrie symplectique peut être une mécanique ou une théorie des singularités une syntaxe structurale.

II — REMARQUES SUR LES MATHEMATIQUES

Nous voudrions faire trois groupes de remarques sur certains aspects des mathématiques s'opposant à leur réduction logiciste.

1. Sur l'existence des contenus formels

Il n'est pas clair qu'il n'existe pas de *contenus* mathématiques. Considérons, par exemple, le *continu* qui pour la tradition tanscendantale, fournit un cas exemplaire de contenu synthétique intuitif. Il n'est pas clair que sa reconstruction à la Cantor-Dedekind comme corps $\mathbb{R}$ des nombres réels à travers des extensions successives de l'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels permette de le réduire comme contenu — c'est-à-dire, comme idéalité objectale, comme structure — à sa théorie axiomatisée. Pour que cela soit le cas, il faudrait, par exemple, que sa théorie $Th(\mathbb{R})$ soit *catégorique*, autrement dit que, $\mathbb{R}'$ étant une autre structure de même type, l'égalité des théories $Th(\mathbb{R}) = Th(\mathbb{R}')$ implique un isomorphisme $\mathbb{R} \simeq \mathbb{R}'$. Or, il est bien connu que cela est faux. Au premier ordre, d'abord, des théorèmes fondamentaux de théorie logique des modèles (comme le théorème syntaxique de Löwenheim-Skolem ou le théorème sémantique de Lós sur l'existence d'ultraproduits) permettent de démontrer l'existence et de construire explicitement des *modèles non standard* de $\mathbb{R}$, c'est-à-dire, des extensions strictes $^*\mathbb{R}$ de $\mathbb{R}$ (de cardinal transfini supérieur à celui de $\mathbb{R}$ et donc par conséquent *non* isomorphes à $\mathbb{R}$) qui possèdent la *même* théorie $Th(\mathbb{R})$ que $\mathbb{R}$, et cela dans le langage du premier ordre $L_{\mathbb{R}}$ qui contient un symbole de constante pour *chaque* élément de $\mathbb{R}$[8]. Cela signifie que $^*\mathbb{R}$ est *indiscernable* de $\mathbb{R}$ quant à la "maîtrise discursive" de ses propriétés et de sa structure: non seulement tout énoncé du premier ordre valide dans $\mathbb{R}$ l'est automatiquement dans $^*\mathbb{R}$, mais, qui plus est, aucun élément de $\mathbb{R}$ ne peut se trouver "déchu" d'une propriété du premier ordre par un élément de $^*\mathbb{R}$. Ces extensions non standard (NS) comprennent des nom-

[8]Pour une introduction à la théorie logique des modèles, cf. Petitot, [1979] et surtout, sa bibliographie.

bres infinis et donc des infinitésimales. Ce sont des corps non archimédiens servant de base à *l'analyse NS*[9].

Il ne faudrait pas croire que ce phénomène soit lié au premier ordre. En effet, la théorie d'ordre supérieur de IR n'est jamais que la théorie du premier ordre, mais hiérarchisée en types, de l'univers ensembliste $\mathcal{U}$ construit sur la base IR. Il existe des modèles NS $^*\mathcal{U}$ de $\mathcal{U}$, et c'est dans de telles structures que l'on peut techniquement développer l'analyse NS[10].

L'existence de modèles NS manifeste *un excés irréductible de l'objectal sur le ''discursif''* (le logico-symbolique), excès qui fournit selon nous une version moderne de *l'opposition kantienne fondamentale entre l'intuitif et le discursif !* Il ne faudrait donc pas croire que le logicisme a, de par sa méthode de clarification, définitivement éliminé les ''intuitions obscures'' de l'infini et du continu. Des néo-kantiens comme Natorp étaient parfaitement justifiés dans leur référence à un géomètre comme Veronese. Car, comme l'a remarquablement montré l'historienne de l'analyse qu'est Madame Renée Peiffer-Reuter, Veronese peut être considéré comme l'un des principaux précurseurs de l'analyse NS[11]. Il semble être l'un des premiers à avoir approfondi la relativité leibnizienne du fini et de l'infini par l'introduction du concept *d'échelle* (devenu depuis si important). Pour lui, le continu était une ''forme fondamentale donnée'' — c'est-à-dire, une *intuition pure* au sens kantien — qu'il s'agissait de déterminer et, si possible, de reconstruire symboliquement. La reconstrution de Cantor-Dedekind ne s'effectue qu'à *une seule* échelle. C'est par conséquent un postulat métaphysique que d'affirmer que, ce faisant, elle épuise le continu comme donnée intuitive d'un infini actuel. En effet, elle peut s'effectuer à une infinité d'échelles incommensurables. Si l'on impose alors à une telle construction hiérarchisée en niveaux les propriétés de IR, on obtient des corps non archimédiens qui anticipent étonnamment sur ceux de l'analyse NS.

L'exemple du continu montre ainsi qu'il existe effectivement en mathématiques des contenus objectaux, des structures ''concrètes'', transcendant les actes opératoires et leur normalisation symbolique. Ces contenus

---

[9] Pour une introduction élémentaire à l'analyse NS de Robinson et de Luxemburg, cf. Petitot [1979] et [1989a], ainsi que leurs bibliographies. Pour une introduction élémentaire aux travaux de Nelson et pour des compléments philosophiques, cf. Salankis [1989].

[10] Relativement à de telles structures, le théorème d'incomplétude de Gödel s'exprime par le fait qu'alors que $\mathcal{U}$ est l'univers complet de base IR (i.e. comprenant *tous* les sous-ensembles des ensembles qui lui appartiennent) $^*\mathcal{U}$ *n'est pas* l'univers complet de base *IR.

[11] Cf. Peiffer-Reuter [1989].

sont des *contenus formels* au sens que G.G. Granger a donné à ce terme[12]. Ils manifestent un écart irréductible entre la nature logico-combinatoire du syntaxique et la nature objective du sémantique. Comme y insiste G.G. Granger, la thèse analytique du logicisme consiste à nier l'existence de ces contenus et, par conséquent, à réduire les théories mathématiques à des enchaînements de tautologies. Or, cela n'est vrai que pour des théories triviales comme le calcul propositionnel.

Les contenus formels non "discursifs" (non analytiquement dominables sans reste) peuvent être appelés *"intuitifs"* en un sens néo-kantien. Mais, à condition évidemment de dissiper la confusion qui a été volontairement entretenue à propos de la notion kantienne d'intuition pure. L'intuition renvoie toujours chez Kant à la façon dont un Dasein *fini* se trouve *affecté* par la *donation* d'une transcendance externe (en soi inconnaissable). Toute la *Critique de la Raison Pure* a été élaborée pour déconstruire la thèse métaphysique de l'accessibilité à une *connaissance intuitive* quelconque pour un Dasein fini. Même si pour Kant, *l'usage* de l'entendement est "intuitif" en mathématiques (dans la mesure où il existe une "construction" des concepts dans l'intuition), cela ne signifie pas pour autant que l'intuition pure *se donne cognitivement* comme une quelconque connaissance intuitive, comme une quelconque évidence apodictique. *Le transcendantalisme n'est pas un innéisme cognitif.* Ce que dit Kant, c'est que des évidences apodictiques mathématiques peuvent *se fonder* dans l'intuition pure. Mais, en tant que telle l'intuition pure *n'est pas* une telle évidence. *Elle est une forme originaire de donation* et, à ce titre, elle est dotée de toute l'opacité de la contingence radicale de l'expérience possible[13]. Il est essentiel de comprendre que, se déployant en formes de l'intuition, le continu (espace et temps) est la condition de possibilité de la phénoménalisation de l'être et donc du "rapatriement" de l'extra-discursif dans le discursif. Il garantit un rapport originaire du discursif (pensée, langage, logique) à l'extériorité. Il est la base de toute *intentionalité* (directionalité de la conscience vers l'extériorité).

C'est d'ailleurs, pourquoi l'Esthétique transcendantale kantienne ne peut faire l'objet que d'une *exposition*. Il est impossible de donner une définition réelle de l'intuition pure et, d'autre part, une définition nominale ne sert à rien puisque l'intuition n'est pas un concept. Comme forme originaire de donation, l'intuition pure n'est pas mathématique mais *phénoménologique* (exposition métaphysique). Mais, elle doit être *mathématique-*

---

[12]Cf. Granger [1988].

[13]Pour des précisions, cf. Petitot [1987b] et [1988a].

ment déterminée (exposition transcendantale). La géométrie est en quelque sorte une modélisation mathématique de son donné. C'est pourquoi le synthétique a priori, possède bien un statut et une fonction. On ne comprend évidemment plus rien à cette problématique si l'on fait de l'intuition kantienne une intuition cartésienne et une conscience d'évidence et si l'on fait de la nécessité transcendantale du synthétique a priori une nécessité logique.

C'est une inspiration kantienne que, selon nous, retrouvent un certain nombre de mathématiciens (Poincaré, Veronese, Weyl, Thom, etc.) lorsqu'ils affirment que le continu est une réalité ontologiquement première qu'il s'agit de déterminer mathématiquement à travers des modèles. En particulier, ainsi que l'expliquent J. Harthong et P. Cartier, on peut considérer que l'analyse NS approche les problèmes de l'analyse à partir de modèles *hyperfinis* fournissant d'excellentes approximations du continu réel. Il est donc possible de *modéliser* adéquatement — dans l'optique constructiviste, néo-intuitionniste, d'algorithmes effectifs informatiquement implémentables — la réalité "externe" et objective, observable et étrangère aux théories, de l'analyse. Comme y insistent G. Reeb et J. Harthong, on concevra alors la mathématique formelle (au sens formaliste hilbertien) comme une *interprétation théorique* permettant de modéliser au mieux, de façon déductive, un donné. Dans cette perspective, la doctrine logiciste apparaît alors comme un dogmatisme logico-métaphysique qui identifie théorie et réalité et dénie par conséquent tout contenu *objectif* aux mathématiques. Par contraste, la méthode constructiviste du néo-intuitionnisme issu de l'analyse NS apparaît comme une "méthode expérimentale" qui serait propre aux mathématiques conçues comme sciences *d'objets* (idéaux)[14].

Un certain type de *platonisme* est donc justifié. A la suite de Gödel, on peut légitimement interpréter les phénomènes métamathématiques de non-catégoricité, d'incomplétude, d'indécidabilité, d'existence de modèles non-standard, dans une perspective *réaliste* (non nominaliste) et *objectiviste* (non logiciste). Ils manifestent en effet, un écart irréductible entre, d'un côté, le concept syntaxique — "computationnel" au sens de Turing — de démonstrabilité formelle et, ce que Gödel appelait fort bien le concept "hautement transfini de vérité mathématique objective"[15]. Mais, ce platonisme est évidemment non naïf. Il n'affirme pas, nous l'avons vu, qu'il existe des êtres mathématiques autonomes qui se donneraient à nous avec toutes leurs propriétés dans l'intuition transparente d'une conscience d'évidence.

---

[14]Sur tous ces points, cf. Harthong-Reeb [1989].

[15]Cité par Hao Wang [1987].

D'abord, l'autonomie est conditionnelle. Elle doit être comprise au sens husserlien de la corrélation noèse/noème (fondation des transcendances dans l'immanence). Ensuite, "l'intuition" y est kantienne et non cartésienne, c'est-à-dire, opaque et non transparente. Il ne s'agit donc pas, d'un platonisme "positif", mais plutôt d'un *platonisme "négatif"* fondé sur le constat que l'on peut montrer métamathématiquement que la détermination formelle des structures objectales, leur domination axiomatique, leur maîtrise "discursive", ne peuvent pas être complètes et sans reste. Cela permet de dépasser le conflit dialectique entre un réalisme platonicien naïf et un nominalisme anti-platonicien tout aussi naïf. "L'intuition" doit être conçue comme la trace, l'indice, la marque, dans la domination axiomatique même des structures objectales, de l'impossibilité de principe d'accéder à une détermination complète. En quelque sorte, "l'intuition" traite ici avec "l'en soi".

Le platonisme négatif ne viole donc pas, ce que l'on sait de l'accès épistémique aux structures mathématiques[16]. Il est compatible, par exemple, avec un constructivisme intentionnel à la Bishop-Feferman: les idéalités mathématiques doivent être explicitement présentées à travers des expressions symboliques finies et computationnellement significatives. Il repose sur le fait qu'une telle présentation symbolique effective ne permet pas de réaliser le rêve hilbertien d'une auto-fondation des mathématiques. Une transcendance se donne et, c'est son inaccessibilité même qui en fait une donation "intuitive". Insistons-y encore une fois à la suite de Gödel, une telle "intuition" donatrice originaire *n'est pas* une *connaissance* "intuitive".

Il suffit alors, de faire l'hypothèse que la détermination mathématique de contenus formels peut à son tour, venir déterminer des contenus catégoriaux exerçant une fonction législatrice dans une ontologie régionale pour comprendre comment, contrairement à la thèse de Wittgenstein, des *contenus* mathématiques peuvent effectivement fonctionner de façon prescriptive-normative, losqu'ils sont *appliqués* à l'expérience. On remet alors, en chantier l'essentiel des thèmes transcendantaux en évitant les difficultés du *subjectivisme* transcendantal (dépassement de la première tactique transcendantale par la quatrième).

2. Sur les traductions inter-théoriques et l'entre-expressivité

Souvent, on s'imagine les mathématiques comme la synopsis infinie et complète de tous les systèmes d'axiomes consistants et de toutes les théo-

[16]Cf. les travaux de Putnam, Benacerraf, Parsons, etc.

ries qui en sont déductibles, immense univers de conventions syntaxiques où les sciences empiriques viendraient puiser les formes logiques de leur mise en forme théorique. Nous venons d'insister sur le fait qu'une telle vision synoptique n'est pas appopriée dans la mesure où, n'étant,en général ni catégoriques ni finiment axiomatisables, les théories ne déterminent pas complètement leurs objets. Mais, il existe une autre raison, peut-être encore plus fondamentale, de ne pas s'en satisfaire. Une telle vision repose en effet, sur l'Idée dialectique de détermination complète et constitue à ce titre une chimère. Elle est inaccessible, serait-ce comme idéalisation et horizon, à un intellect *fini* dans la mesure où, elle ne tient pas compte d'un aspect essentiel des mathématiques modernes.

Les mathématiques modernes sont certes logiques et axiomatico-déductives. Mais, elles sont aussi, peut-être même surtout, *structurales et conceptuelles*. D'abord, comme l'ont montré J. Cavaillès et J.T. Desanti, on peut y abstraire indéfiniment de nouvelles propiétés et de nouvelles structures qui — une fois converties en objets secondaires par thématisation — assument de nouveaux rôles *syntaxiques* et normatifs dans de nouvelles théories, tout en conservant un contenu *"ontologique"* hérité des objets primaires (comme le continu) auxquels elles s'appliquent et qu'elles permettent d'investiguer structuralement. Ensuite, il existe une inter-traduction — une entre-expression — des structures mathématiques entre elles. Une partie considérable des mathématiques modernes consiste à traduire certaines propriétés de certaines structures par des propriétés ou même par l'existence d'autres structures. Cette méthode qui est l'héritière des anciennes méthodes synthétiques en géométrie est complémentaire de la méthode analytique de la déduction.

L'exemple, le plus connu de traduction (qui est à l'origine de la théorie des foncteurs entre catégories) est celui de la topologie algébrique permettant de "lire" certaines propriétés *topologiques* globales des espaces topologiques (par exemple, des variétés différentiables) sur la structure *algébrique* de leurs groupes d'homotopie ou de leurs complexes d'homologie et de cohomologie. Mais, il en existe une multitude d'autres également importants. Citons-en en vrac quelques uns de natures fort diverses.

(a) On sait que le structuralisme mathématique est né avec Galois lorsque celui-ci, "sautant à pieds joints par dessus les calculs", a "lu" les propriétés de résolubilité par radicaux des équations algébriques sur la structure des groupes de permutation associés (groupe de Galois de l'extension du corps des coefficients de l'équation par le corps des racines).

(b) On sait également que la théorie analytique des nombres est née avec Riemann lorsque celui-ci a considéré la fonction $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n^s}$ pour les valeurs complexes de l'exposant s. La fonction ζ est analytique. Elle est holomorphe dans le domaine des s de partie réelle $Re(s) > 1$. Elle admet un prolongement méromorphe dans le plan complexe $\mathbb{C}$ et possède un pôle en $s = 1$. Comme $\zeta(s)$ peut s'écrire comme le produit infini $\zeta(s) = \prod_{p \in P} (1/1 - 1/p^s)$ (où P est l'ensemble des nombres premiers), on voit que sa structure est liée *à la répartition des nombres premiers*. On peut "lire" certaines propriétés de cette répartition sur sa structure analytique. Par exemple, dire que la fonction $\Pi(x) = \{p \in P \mid p < x\}$ est une fonction asymptotiquement équivalente à la fonction x/Log x lorsque $x \to \infty$ revient à dire que ζ ne possède pas de zéro sur la droite $Re(s) = 1$. Si K est un corps de nombres algébriques, on peut définir de même une fonction ζ_K dont, par exemple, le résidu au pôle $s = 1$ fournit de précieux renseignements sur le nombre de classes d'idéaux de K. Il est inutile d'insister sur l'importance historique de l'hypothèse de Riemann concernant la distribution des zéros non triviaux de la fonction ζ. On a $\zeta(s) = 0$ pour $s = -2k$, $k \in \mathbb{N}$ (zéros triviaux) et l'on montre que les autres zéros (zéros non triviaux) sont dans la bande $0 < Re(s) < 1$ et symétriques relativement à la droite $Re(s) = \frac{1}{2}$. L'hypothèse affirme qu'ils sont tous sur la droite $Re(s) = \frac{1}{2}$. Depuis, plus d'un siècle, elle est à l'origine de certains des travaux les plus fondamentaux de la géométrie algébrique.

(c) Considérons la façon dont Elie Cartan a analysé et classifié les groupes de Lie. Par réductions successives, on se ramène, d'abord, aux groupes simples, compacts et simplement connexes. Soit G un tel groupe. Soient e l'élément neutre de G et $L = T_e(G)$ l'espace vectoriel tangent à G en e. Traduite en termes infinitésimaux dans L, la structure multiplicative de G induit dans L une structure *d'algèbre de Lie*. Soit $g \in G$: la non commutativité de la multiplication de G se lit sur les automorphismes intérieurs de G, $\phi_g : x \to gxg^{-1}$. Soit Ad_g l'automorphisme de L fourni par l'application linéaire tangente de ϕ_g en e. Le morphisme de groupe Ad: $G \to \mathrm{Aut}\, L$ de G dans le groupe des automorphismes de L est une représentation linéaire de G dite *représentation adjointe*. Elle est canoniquement associée à G et traduit sa non commutativité (elle permet de reconstruire le crochet de Lie de L). Soit alors T un tore maximal de G (i.e. un sous-groupe commutatif connexe maximal). Réduite à T, la représentation adjointe $Ad|_T$ est évidemment triviale sur $L_0 = T_e(T)$ puisque T est commutatif. Elle se décompose sur L en une somme directe $L = L_0 \bigoplus_{i=1}^{i=m} L_i$ où L_i est un *plan* sur lequel $t \in T$ agit comme une *rotation* d'angle $2\pi\theta_i(t)$.

Si on remonte au revêtement universel E de T, T devient le quotient de E par un réseau Z et les θ_i deviennent des formes linéaires sur E à valeurs entières sur Z. On appelle les θ_i les *racines* de G. Or, ces systèmes de racines possèdent des propriétés axiomatiques que l'on peut développer dans une théorie en quelque sorte "cristallographique" relevant de la geómétrie élémentaire: théorie des groupes finis de transformations orthogonales engendrées par des réflexions dans des espaces euclidiens. Cela, permet de traduire fidèlement un ensemble de propriétés fondamentales de G. En fait, la traduction est assez puissante pour que l'on puisse, dans les bons cas, reconstruire G à partir de son système de racines.

(d) Un dernier exemple. Pour comprendre la structure d'une singularité isolée d'une hypersurface complexe, on peut faire la construction suivante, due à J. Milnor. Soit H une hypersurface complexe d'équation $f = 0$, où $f: \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}$ est un polynôme. Supposons que $H = f^{-1}(0)$ possède au point $a \in \mathbb{C}^n$ une singularité isolée (i.e. il n'existe pas d'autres singularités au voisinage de a). Soit Δ un disque de $\mathbb{C}$ centré sur 0 de rayon assez petit. Pour $\epsilon \in \Delta$, les hypersurfaces $H_\epsilon = f^{-1}(\epsilon)$ sont régulières (sans singularité). Soit S_η une sphère assez petite de $\mathbb{C}^n$ centrée sur a. On montre (Milnor) que H_ϵ et S_η sont transverses l'une à l'autre et que leurs intersections $F_\epsilon = H_\epsilon \cap S_\eta$ forment, lorsque ϵ varie dans Δ, une fibration localement triviale. On considère alors l'homologie des fibres F_ϵ et, lorsque ϵ parcourt dans Δ un petit lacet autour de 0, la *monodromie*. Cette monodromie traduit en termes algébriques, facilement manipulables, des aspects essentiels de la structure *géométrique* de la singularité étudiée.

Dans les mathématiques modernes, l'activité conceptuelle et structurale de traduction est donc considérable. Le tissu entre-expressif des correspondances et des analogies interthéoriques y est inextricable. Ce tissu évolue historiquement en fonction:
(i) de la thématisation de nouveaux concepts structuraux (groupes de symétrie, systèmes de racines, fibrations localement triviales, etc.),
(ii) des possibilités d'associer un type de structure à d'autres types de structure.

L'innovation synthétique ici, à l'oeuvre est *sémantique*. Elle est complémentaire de l'activité syntaxique et analytique de la démonstration. Mais, elle n'est pas sémantique au sens d'une sémantique dénotative. Elle l'est en un sens interprétatif. De théories en théories, les mathématiques s'auto-interprètent indéfiniment et, c'est pourquoi la déduction n'y est que *locale*. Comme les mythes de Lévi-Strauss, les théories mathématiques "se parlent entre elles" et, c'est la *compréhension* de cette entre-expression (très leibnizienne) qui régule, et même souvent domine, la mécanique démonstrative. *Il existe donc comme une "herméneutique intrinsèque" des mathématiques pures.*

Dans l'une de ses célèbres boutades sur Russell, Jean Dieudonné a dénoncé ainsi la thèse de la réduction des mathématiques à la logique: "une telle affirmation est aussi absurde que celle qui consisterait à dire que les oeuvres de Shakespeare ou de Goethe font partie de la grammaire!"[17]. Prise au sérieux, cette boutade va très loin. En effet, il est clair que les oeuvres littéraires, bien que constituées de phrases et de mots, ne s'y réduisent pas pour autant. Leur syntaxe narrative n'est pas une syntaxe phrastique et leur sémantique discursive n'est pas une sémantique lexicale. Les analyses structurales (Lévi-Strauss, Jakobson, Greimas, etc.) ont permis de dégager des structures sémio-narratives et discursives, supra-phrastiques et supra-lexicales, qui constituent un niveau *supérieur* de la compréhension des récits. Il en va de même en mathématiques à ceci près que — si familier qu'il soit aux mathématiciens — le niveau supra-syntaxique (au sens de la syntaxe logique) et suprasémantique (au sens de la sémantique formelle) reste à explorer entièrement. *C'est le continent inconnu de la philosophie des sciences*. Il relie démonstration, vérité, objectivité et herméneutique.

3. *Sur l'herméneutique intrinsèque et la philosophie d'A. Lautman.*

Ainsi, au-delà des objets, des structures et des théories déductives, il existe un niveau supérieur des mathématiques, celui de l'inter-traduction. Ce niveau est évidemment impossible à étudier rigoureusement sans entrer profondément dans les *contenus spécifiques* des théories. C'est sans doute pour cette raison qu'il n'a fait jusqu'ici l'objet de pratiquement aucune réflexion philosophique, à l'exception notable, toutefois, de la réflexion d'Albert Lautman.

A notre connaissance, A. Lautman est le seul philosophe à avoir compris que "la considération d'une mathématique purement formelle" devait être complétée par une approche complémentaire où "l'objet étudié n'est pas l'ensemble des propositions dérivées des axiomes [i.e. les théories au sens de la théorie logique des modèles], mais des êtres organisés, structurés, complets, ayant comme une anatomie et une physiologie propres"[18]. Selon lui, au-dessus du niveau syntactico-sémantique des théories, il existe un niveau "qualitatif intégral" que, en hommage, nous appellerons le niveau *lautmanien* et identifierons à celui de l'herméneutique intrinsèque défini plus haut.

[17]Dieudonné [1981].

[18]Cf. Lautman [1937-1939].

Pour Lautman, l'inter-traduction et l'entre-expression constitutives de l'*unité* des mathématiques relèvent de la façon dont des *Idées problématiques* — des themata en devenir, en un sens assez voisin de celui de G. Holton — opèrent dans les concepts et les structures mathématiques. Ses deux thèses sont:
(i) que le développement de ces Idées réalise une authentique *dialectique historique du Concept;*
(ii) que leur *compréhension* se prolonge en une *genèse historique* de théories mathématiques effectives.
Nous avons montré ailleurs qu'un tel point de vue n'allait pas sans difficultés. Nous n'y reviendrons donc pas [19]. Ce que nous retenons ici, est son importance cruciale pour la constitution d'une épistémologie rationaliste plausible. La thèse est que, *c'est au niveau lautmanien que les mathématiques s'impliquent dans l'expérience.*

III — HERMENEUTIQUE MATHEMATIQUE ET CONSTRUCTION DES CATEGORIES

Pour comprendre, comment, les mathématiques peuvent s'impliquer dans l'expérience à un niveau herméneutique qui ne se réduit ni à une simple axiomatisation de concepts ni à une simple modélisation de phénomènes, il faut se rappeler quelques éléments de la théorie transcendantale de la connaissance.

1. La connaissance repose sur une base phénoménale (thèse empiriste).

Aucune réalité en soi n'est accessible en tant que telle à un Dasein *fini*. Il y a donc un partage principiel entre phénoménal et nouménal.

2. La connaissance est de nature discursive (thèse logico-linguistique).

Si, naïvement, on admet la possibilité d'un langage d'observation théoriquement neutre et si, tout aussi naïvement, on méconnait le rôle constitutif des mathématiques, on en arrive d'une façon, ou, d'une autre, à une conception du type suivant. Les théories sont des constructions formelles, cohérentes et vérifiables, conduisant, par palliers, des données d'observation (diversité des phénomènes) d'abord, aux langages de description avec

[19] Cf. Petitot [1987a].

leurs concepts et leurs procédures opératoires, puis aux langages méthodologiques analysant et justifiant les descriptions et permettant la représentation théorique des objets, pour aboutir aux langages épistémologiques où, les concepts indéfinissables et, les principes constitutifs sont investigués afin, d'être axiomatiquement organisés dans le cadre de langages formels, exerçant une fonction grammaticale conventionnelle. A travers ces niveaux successifs, la *description* opératoire des phénomènes empiriquement *donnés* se transforme en la *reconstruction* rationnelle d'objets formels *construits*.

Une telle approche, peut être qualifiée *d'analytique formelle*. Elle est d'orientation inductiviste et nominaliste. L'être donné s'y réduit à la phénoménalisation d'étants singuliers dont la singularité épuise l'ontologie. Et, tout le reste: classification, conceptualisation, abstraction, induction, analyse logique, "axiomatisation" des indéfinissables, est identifié à une mise en ordre *sémiotique* (formelle) des descriptions.

Une analytique formelle peut être élaborée de façon certes profonde et technique. Mais, selon nous, elle demeure irrémédiablement insuffisante pour penser le concept d'objectivité. Car, le problème est: si la connaissance est phénoménale et discursive comment peut-elle être néanmoins *objective*, c'est-à-dire, aller au-delà du phénomène et, du langage pour rejoindre des existences réelles?

3. La différence ontologique phénomène/objet

L'idée directrice est que les objets scientifiques sont certes des phénomènes à organiser systématiquement et à modéliser mais, qu'ils ne sont pas seulement des phénomènes. Ils ne sont pas insérables dans des dispositifs expérimentaux et théoriques que, s'ils sont au préalable *qualifiés comme objets*. En plus de l'ordre *descriptif*, toute connaissance présuppose un ordre *prescriptif* (juridique) de *légalité* objective. Il existe donc une *différence ontologique* entre phénomène et objet d'expérience. Car, contrairement au phénomène, l'objet d'expérience n'existe que qualifié conformément à des *normes*, à des règles définissant une *essence objective*. Le concept *normatif* d'objet est présupposé à titre de condition de possibilité par toute activité scientifique d'un type donné. Il définit ce que Husserl appelait une *ontologie régionale*.

L'impossibilité d'éliminer des sciences cette dimension de légalité juridico-prescriptive a été profondément pensée par Carnap et Wittgenstein. Mais, selon nous, le prescriptif ne se réduit pas — comme ils l'affirment — *aux formes de l'objectivité logique*. L'analytique doit être non seulement formelle mais transcendantale. Elle doit concerner non seulement la discursivité mais également l'objet comme phénoménalisation de l'être. Le geste transcendantal consiste — pour légaliser le donné et installer la différence ontologique — *à réfléchir l'altérité du nouménal dans la forme de la connaissance*. Il consiste à inclure dans les possibilités mêmes de détermination objective la *trace* à la fois de l'en soi et de son inaccessibilité, autrement dit et en quelque sorte, à prendre pour fondement de l'objectivité "l'écrantage" de l'être par le phénomène. Le prescriptif n'est donc pas simplement logique. Il doit également comporter un pôle "intuitif" (une Esthétique transcedantale). Cela est décisif. La logique revient au sujet, mais "l'intuitif" revient à l'être dans son opacité même et, c'est pourquoi, une Analytique formelle (aussi développée soit-elle) n'est pas suffisante pour élaborer une doctrine de l'objectivité rationnellement satisfaisante. Ce point a été bien circonscrit par Jean Cavaillès dans "Sur la Logique et la Théorie de la Science". Dans toute doctrine de l'objectivité, la logique formelle doit être reliée à une ontologie. Les concepts doivent donc acquérir un contenu transcendantal concernant l'objet de la connaissance et non pas simplement sa forme logico-discursive. Cela est possible, si les catégories prennent pour "matière" (pour *contenu*) les "intuitions pures" d'une Esthétique transcendantale. C'est pourquoi une analytique formelle est, selon Cavaillès, "irrémédiablement insuffisante" et, c'est pourquoi, il y a une "supériorité" des doctrines "matérielles" (i.e. des ontologies régionales).

Ainsi conçu, le transcendantal concerne bien, comme l'affirmait Kant, les conditions générales sous lesquelles des phénomènes peuvent devenir des objets d'une connaissance *expérimentale*. Si alors, on appelle connaissance *a priori*, une connaissance concernant les conditions de possibilité d'objets compris dans ce sens prescriptif, on voit qu'une telle connaissance n'a rien d'une obscure science infuse et, bien au contraire, est coextensive aux sciences effectives (en particulier physiques).

La logique transcendantale est une logique *expérimentale*. On dépasse le phénomène et le langage à travers le concept "d'expérience possible" fonctionnant comme méta-référent. L'objet est le *corrélat* des actes expérimentaux. Autrement dit, c'est *l'opérativité* expérimentale qui est prise comme base pour la légalisation et sa juridiction rationnelle. C'est, ainsi, que la légalisation peut devenir un principe de *détermination* objective des phénomènes. Mais, si la légalisation, s'effectue bien conformément à la différence ontologique, à partir d'un concept normatif d'objet qui objective les conditions de possibilité de l'expérience (le "principe suprême" de Kant), alors, comme détermination objective, la connaissance s'arrache à la phénoménalité. Elle renonce à toute valeur *représentative*. Elle transpose les moments phénoménologiques de l'expérience dans une reconstruction mathématique-rationnelle. Comme l'affirmait Bachelard, le réalisme scientifique est un "réalisme *transplanté*" déréalisant progressivement l'objectivité immédiate''. Les sciences sont des *ontogenèses* et non pas des descriptions (logiquement systématisées). Ces thèmes classiques sont spontanément retrouvés par un physicien contemporain comme Gilles Cohen-Tannoudji, lorsqu'il affirme que ''la physique ne produit pas des choses'' (pas de valeur représentative), que ''l'objet réel de la physique est le concept même de physique (objet normatif) ou que ''l'essence du physique'' est la ''rationalité expérimentale'' (le concept d'expérience comme méta-référent).

4. Esthétique transcendantale

Il ne peut y avoir phénoménalisation qu'à travers un médium de manifestation. C'est le rôle des ''formes de l'intuition'' (par exemple, l'espace et le temps, mais il y a d'autres formes de l'intuition). Leur ''réalisme empirique'' est évident (les phénomènes sont évidemment conformes aux formes qui conditionnent leur manifestation). Leur ''idéalité transcendantale'' signifie, quant à elle, que ce sont *des méthodes de détermination objective* (en physique, c'est le principe de géométrisation du physico-mathématique).

Le sens authentique de l'Esthétique transcendantale est, selon nous, que *la détermination mathématique des formes de la manifestation phénoménale peut se convertir en principes de détermination mathématique des contenus physiques des objets de l'expérience*. Il est de permettre aux mathématiques *de franchir la différence ontologique*, du phénomène vers l'objet d'expérience. Considérons un exemple moderne, radicalement non kantien, celui de la première mécanique quantique. Si, on interprète philosophiquement celle-ci, comme la constitution d'un nouveau niveau d'objectivité (l'objectivité microphysique) alors, le rôle de l'Esthétique transcendantale est tenu, entre autres, par la *statistique* (amplitudes de probabilité). On y voit opérer avec une netteté particulière la façon dont:
(i) la manifestation (la restriction aux observables) inclut dans l'objectivité, à la fois, la trace de l'être ''en soi'' *et* son inaccessibilité (''écrantage'' de l'être par le phénomène), et,
(ii) la détermination mathématique du conditionnement de cette manifestation devient un principe de détermination mathématique des *objets* microphysiques.
L'indéterminisme quantique appartient à l'Esthétique transcendantale microphysique. Il est donc constitutif de l'objectivité quantique au sens le plus fort du terme et, à ce titre, il est indépassable. Il est prescriptif (a priorique) et non pas descriptif. C'est pourquoi, philosophiquement (et pas seulement scientifiquement), Bohr ''a raison'' contre Einstein.

Pour en revenir à l'objectivité classique, on peut considérer que tout ce qui concerne les *groupes d'invariance* fait partie de droit de l'Esthétique. C'est ici qu'intervient le sens transcendantal du *conventionalisme*: les formes de l'intuition sont *sous*-déterminées relativement à leur détermination mathématique, et celle-ci, doit donc être *choisie* dans un ensemble de possibles. Le conventionalisme — en particulier, en ce qui concerne le choix des groupes de Lie décrivant les symétries, tant externes qu'internes, des systèmes physiques — est la forme moderne de l'Esthétique, en tant, qu'instance a priorique de détermination objective. Comme, l'a bien montré J. Giedymin dans "Science and Convention", le conventionalisme n'a rien d'un nominalisme. Il exprime la sous-détermination mathématique des a priori. C'est un "réalisme structural" (M. Resnik). Même des arguments aussi techniques que, par exemple, le choix de SU(5) pour une théorie de jauge non abélienne (grande unification) en sont les héritiers directs.

5. La construction des catégories et l'existence

Comme y a beaucoup insisté J. Vuillemin dans "Physique et Métaphysique kantiennes", les synthèses transcendantales transformant le phénomène donné en objet physiquement déterminé sont *doubles*: mathématiques et physiques. Cela correspond à la différenciation des catégories respectivement "mathématiques" et "dynamiques". Les premières concernent l'essence et l'"intuition", les secondes concernent l'existence et la "nature" (le principe d'existence) des objets physiques. Cette distinction est essentielle car, elle permet d'éviter un idéalisme mathématique platonisant ou cartésianisant qui réduirait l'existence à un simple déploiement mathématique des essences.

C'est dans le traitement des catégories *dynamiques* (comme la causalité), que culmine le geste transcendantal. Ces catégories (et les principes associés) *posent* l'existence. Elles la *conditionnent*, mais la laissent indéterminée. Elles ne fournissent, en tant que telles, que des conditions pour un objet en général. Elles doivent donc être spécifiées par des objets *régionaux* (cette dialectique du générique et du spécial est fondamentale). Une fois, qu'un objet régional est donné, on peut passer de la simple position de l'existence à une détermination mathématique. C'est ce qu'on appelle *la construction mathématique* des catégories régionales. Les catégories dynamiques ne sont pas constructibles, en tant que telles — elles ne sont que schématisables — mais, elles le deviennent à travers la donnée d'un objet régional.

La construction mathématique des catégories — qui approfondit le schématisme, c'est-à-dire, le rapport des catégories à l'Esthétique — est un processus *historique* dépendant hic et nunc du progrès des mathématiques pures. Elle consiste à *traduire le sémantisme catégorial en des structures mathématiques objectivantes.* Il y a là une méta-règle à l'oeuvre: *ces structures doivent être dérivées de l'univers mathématique défini par l'Esthétique* (c'est pourquoi, celle-ci est si importante).

A travers le processus de construction:
(i) les mathématiques acquièrent un contenu transcendantal et une valeur objective,
(ii) les catégories dépassent leur statut "grammatical" et deviennent des *générateurs de modèles.*
Tel est le sens *du synthétique a priori.* La subsomption du divers empiriques sous l'unité des synthèses catégoriales se trouve redéployée en une diversité construite de modèles. La différence entre construction des catégories et modélisation des phénomènes précise, pour ce qu'il en est des rapports entre mathématiques et expérience, la différence ontologique objet/phénomène (prescriptif/descriptif).

6. *Exemples*

Les trois catégories physiques fondamentales sont respectivement celles de la substance, de la causalité et de l'interaction. Kant avait déjà compris que la première, devait être construite en substituant à sa signification traditionnelle (aristotélicienne) *des principes de conservation de grandeurs physiques, principes corrélatifs des symétries spatio-temporelles exprimant la relativité galiléenne.* Cette idée fondamentale établissant une disjonction transcendantale entre l'objectivité physique et toute ontologie substantialiste a été développée de façon vertigineuse par la physique moderne. En un certain sens, on peut même dire qu'une part essentielle des contenus et, de l'histoire du physico-mathématique est interprétable, à partir de là comme, une procession transcendantale de constructions des trois catégories physiques.Donnons quelques très brèves indications à ce sujet (que nous avons développé ailleurs).

A. Le théorème de Noether et la construction de la catégorie de la substance[20].

Considérons un système mécanique S d'espace de configuration une va-

[20]Cf. Arnold [1976], Abraham-Marsden [1978], et Petitot, [1989b] pour des précisions sur la théorie de Kirillov-Souriau-Kostant-Arnold.

riété différentiable M. Soit L: TM $\rightarrow$ IR le lagrangien de S (fonction définie sur le fibré tangent de M, de coordonnées locales q et $\dot{q}$). On considère l'intégrale d'action $\Phi(\gamma) = \int_{t_0}^{t_1} L(q,\dot{q})dt$ sur des chemins $\gamma : (q_0,t_0) \rightarrow (q_1,t_1)$. Le principe de moindre action $\delta\Phi = 0$ (affirmant que la trajectoire physique de S est un chemin rendant la fonctionnelle Φ stationnaire) conduit aux équations d'Euler-Lagrange $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = 0$. Celles-ci sont des équations de Newton $\dot{p} = \frac{\partial L}{\partial q}$ pour les moments $p = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}$ conjugués des coordonnés q et pour les forces $\frac{\partial L}{\partial q}$.

Soit alors ϕ_s un groupe à un paramètre de difféomorphismes de M qui sont des symétries du lagrangien L. Autrement dit, si $v \in T_mM$ est un vecteur tangent à M en m, on a $L(v) = L(T_m\phi_s(v))$ pour tout s (où $T_m\phi_s$ est l'application linéaire tangente à ϕ_s en m). Le théorème de Noether dit que, sous cette hypothèse, le système S admet la loi de conservation (l'intégrale première) $I : TM \rightarrow$ IR définie par $I(q,\dot{q}) = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}.\frac{d\phi_s(q)}{ds}\Big|_{s=0} = p.X_\phi(q)$ (où X_ϕ est le champ de vecteurs sur M engendrant le flot ϕ_s).

Les trois exemples standard sont associés aux groupes de relativité géométriques de la mécanique classique. Au groupe de symétrie des translations temporelles correspond la conservation de l'énergie, au groupe des translations spatiales celle de l'impulsion, et au groupe des rotations spatiales celle du moment cinétique.

La version hamiltonienne du théorème de Noether s'exprime de la façon suivante. Soit $H : T^*M \rightarrow$ IR l'hamiltonien du système S (T^*M étant le fibré cotangent de la variété M). Soit $F : T^*M \rightarrow$ IR une autre fonction telle que H soit invariant par le flot $\exp(X_Ft)$ du champ hamiltonien X_F engendré par F sur M. Alors F est une intégrale première du champ X_H, autrement dit le crochet de Poisson $\{F,H\} = 0$.

L'intérêt du théorème de Noether est de relier entre elles, trois choses:
(i) des principes de relativité affirmant la non observabilité de certaines entités absolues comme une origine du temps,une origine de l'espace ou une direction spatiale privilégiée (c'est-à-dire, le caractère *non physique* des coordonnées et des repères);
(ii) des invariances par symétries;
(iii) des lois de conservation de grandeurs physiques observables.
Or, ces grandeurs constituent le contenu "substantiel" des théories physi-

ques. Le théorème de Noether représente par conséquent une construction de la catégorie de substance en termes de mathématiques issues de principes de relativité (théorie des groupes de Lie). Cette construction peut aller très loin, puisque certains systèmes hamiltoniens sont même entièrement reconstructibles, à partir de leurs seules symétrie (théorie de Kirillov, Souriau, Kostant, Arnold sur la structure symplectique des orbites de la représentation co-adjointe d'un groupe de Lie.)

B. La relativité générale et la construction de la catégorie causale de force[21].

Il est bien connu qu'en Relativité Générale, les principes d'équivalence, de localité et de covariance générale conduisent à interpréter géométriquement la force gravitationnelle à partir de la courbure de l'espace-temps. Cette interprétation est une construction de la catégorie causale de force, à partir de principes de relativité, qui se situent non plus au niveau global et métrique, comme en mécanique, *mais au niveau local et différentiable.*

C. Les théories de jauge et la construction de la catégorie d'interaction[22] .

En théorie quantique des champs on part de densités de Lagrangiens $\mathscr{L}(\varphi,\partial_\mu\varphi)$ où les champs $\varphi(x,t)$ possèdent des symétries internes. La fonctionnelle d'action s'écrit alors:

$$S(\Gamma) = \int_\Omega \mathscr{L} d^4x = \int_{t_1}^{t_2} \int_{\mathbb{R}^3} \mathscr{L}(\varphi,\partial_\mu\varphi) d^3x\, dt$$

sur les chemins $\Gamma = \varphi(x,t) : \varphi_i = \varphi(x,t_1) \to \varphi_f = \varphi(x,t_2)$ conduisant d'un état initial φ_i à un état final φ_f.

Les axiomes de la mécanique quantique sur les amplitudes de probabilité conduisent à la formule de Feynman (intégrale de chemin):

[21]Cf. Weyl [1983], Misner-Thorne-Wheeler [1973], Grünbaum [1973], et Petitot [1989b] pour des développements.

[22]Cf. Quigg [1983], Itzykson-Zuber [1985], Cohen-Tannoudji [1986], Le Bellac [1988], Chatelet [1985] et Petitot [1989b]. Pour l'épistémologie de la mécanique quantique, cf. Paty [1988].

$\langle \varphi_f / \varphi_i \rangle = \int_\Gamma \exp\left(\frac{i}{\hbar} S(\Gamma)\right) \mathscr{D}\Gamma$ (intégrale fonctionnelle dans l'espace des chemins).

On connaît l'énormité de la quantité d'information physique encodée dans cette formule (analogie avec les fonctions de partition Z en mécanique statistique). On peut en dériver d'innombrables modèles explicites, quantitatifs et prédictifs en faisant usage de méthodes appropriées: développements perturbatifs, utilisation du théorème de Wick (tous les moments d'une probabilité gaussienne peuvent s'exprimer en fonction des moments d'ordre 2), théorème de la phase stationnaire pour rejoindre la mécanique symplectique sous jacente (une intégrale oscillante e $\int e^{i\tau\varphi(x)}\,dx$ se concentre pour $\tau \to \infty$ sur les points critiques de φ), méthodes du groupe de renormalisation, etc.

On a donc une chaîne de procédures de détermination objective conduisant de principes constitutifs à des modèles.

A priori constitutifs / relativités, symétries	→	Lagrangien et Action	→	Intégrales de chemin	→	Modèles explicites des phénomènes

Le synthétique a priori, concerne ici, la possibilité de construire des lagrangiens, à partir d'une géométrie sous-jacente, sur la base de considérations de symétries.

Les théories de jauge ont montré qu'en *localisant* les symétries *internes* et en imposant l'invariance des lagrangiens pour ces symétries supplémentaires, on pouvait retrouver "a priori," les lagrangiens d'interaction. D'où une *construction* — au sens à la fois physico-mathématique et transcendantal — de la catégorie d'interaction. C'était là l'idée originale de Weyl: transformer les *invariances de jauge* des théories des champs (relativité) en *principes dynamiques.*

Exemple standard initial (couplage électron - champ électro-magnétique).

Les lagrangiens sont:

Lagrangien de Dirac: $\mathscr{L}_D = \overline{\Psi}(x)\ (i\vartheta^\mu \partial_\mu - m)\ \Psi(x)$.

Lagrangien de Maxwell: $\mathscr{L}_{EM} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - J^\mu A_\mu$.

Lagrangien d'interaction: $\mathscr{L}_{\text{Int}} = -e\overline{\Psi}(x)\gamma^\mu A_\mu(x)\ \Psi(x) = -J^\mu\ A_\mu$

($J^\mu(x) = e\overline{\Psi}(x)\gamma^\mu\Psi(x)$ = courant électro-magnétique engendré par le champ Ψ).

$\mathscr{L}_D$ est invariant par la symétrie interne et globale $\Psi \to e^{-ie\theta}\Psi$.
$\mathscr{L}_{EM}$ est invariant par changement de jauge $A \to A + d\lambda$
(car les équations de Maxwell sont $F = dA, dF=0, d^*F = 4\pi^*J$ et on a $d^2=0$).
Si la phase $\theta = \theta(x)$ dépend de la position spatiale x (passage interne-global externe-local: principe d'extériorité de la dynamique), $\mathscr{L}_D$ n'est plus invariant. Mais le terme supplémentaire $e\overline{\Psi}\ \gamma^\mu\ \partial_\mu\ (\theta(x))\ \Psi$ peut être exactement compensé par le changement de jauge $A \to +\ A\ d\theta$. C'est cela la construction du concept de couplage (minimal) *à partir de deux invariances*. Cela équivaut à remplacer ∂_μ par la dérivation covariante:
$D_\mu = \partial_\mu + ie\ A_\mu(x)$. Le potentiel vecteur A_μ s'interprète *géométriquement* comme *connexion* sur un fibré vectoriel de base l'espace-temps. $F_{\mu\nu}$ (échange interactif de photons) s'identifie à la courbure de cette connexion. D'où une géométrisation du champ bosonique qu'est le champ électro-magnétique.

Généralisation au cas non abélien (U(1) → G = SU(2), SU(3), etc.)

Soient ξ_a les générateurs de $\mathscr{G}$ l'algèbre de Lie de G. Les lagrangiens sont invariants par les $U(g) = \exp(-i\theta_a\xi_a)$. Si les $\theta_a = \theta_a(x)$ dépendent de x, ils ne sont plus invariants. On retrouve l'invariance en introduisant des champs de jauge $A_a^\mu(x)$. D'où un champ $\mathscr{G}^\mu(x)$ à valeurs dans $\mathscr{G}$ (connexion).

Les transformations de jauge $A_\mu \to A_\mu + \partial_\mu\theta$ se généralisent en
$A_a^\mu \quad c_a{}^{bc}\theta_b A_c{}^\mu + \partial_\mu\theta_a$ i.e. $\mathscr{A}_\mu = U(g)\ [\mathscr{A}_\mu + iU(g)^{-1}\partial_\mu(U(g))]U(g)^{-1}$.

La dérivée covariante $D_\mu = \partial_\mu\ Id + i\mathscr{A}_\mu$ se transforme en $D'_\mu = U(g)\ D_\mu$ ce qui compense le terme $\partial_\mu(U(g))\varphi$ dans $\partial_\mu\varphi \to U(g)\partial_\mu\varphi + \partial_\mu(U(g))\varphi$.

Le champ $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ est généralisé en $\mathscr{F}^{\mu\nu} = \partial^\mu\mathscr{A}^\nu - \partial^\nu\mathscr{A}^\mu + i[\mathscr{A}^\mu, \mathscr{A}^\nu]$.

Le non commutativité introduit des non linéarités et un auto-couplage des champs de jauge.. A travers, l'algorithme de Feynman, on peut ainsi développer une véritable ontogenèse du physique (transformer du synthétique a priori, en modèles explicites). Les contraintes mathématiques imposées sont telles (renormalisabilité, possibilité d'éliminer les anomalies i.e. les symétries qui ne survivent pas aux procédures de quantification, usage du mécanisme de Higgs de brisure spontanée de symétrie pour conférer de la masse aux bosons de jauge, etc.) que l'on peut remonter abductivement de données empiriques cruciales à des *choix* sur la géométrie de base (synthétique a priori = conventionnel devenant déterminant).

L'exemple des supercordes[23].

On suppose que les particules sont non ponctuelles (cordes). Si $\sigma \in [0, \pi]$ est un paramétrage de la corde et si τ est son temps propre, la paramétrisation de sa feuille d'univers est $X_\mu(\sigma,\tau)$ avec une métrique induite $g_{ab} = g_{\mu\nu}\, \partial_a X^\mu\, \partial_b X^\nu$ (a,b = σ ou τ).
Cela conduit à introduire de nouveaux lagrangiens, par exemple:
$L = - \sqrt{g}\, g^{ab}\partial_a X_\mu \partial_b X^\mu$ $\quad (g = \det g_{ab})$.

D'où un nouveau *groupe de symétries* (paramétrisation).

Les graphes d'interaction à la Feynman sont remplacés par des surfaces de Riemann (configurations *topologiques* d'interaction). On a à calculer des intégrales fonctionnelles du type:

$$Z = \sum_{\substack{\text{topologies}\\ \text{d'interaction}}} \int_{\text{métriques}} \mathcal{D}\, g_{ab} \int_{\text{feuilles}} \mathcal{D}\, X^\mu\, e^{-\frac{i}{\hbar}S}$$

Pour éviter les redondances correspondant aux invariances de jauge, il faut savoir sur quels espaces intégrer et avec quelles mesures d'intégration. Cela introduit massivement la théorie des surfaces de Riemann (espaces de Teichmüller, problème de Schottky, etc.) pour formuler l'indépendance de l'objectivité relativement aux nouveaux éléments conventionnels.

Les contraintes de renormalisation et d'élimination des anomalies imposent, par exemple, la dimension de l'espace-temps M (10 ou 26) ou le groupe de jauge (O(32) ou $E_8 \otimes E_8$.

Il faut donc redescendre en dim 4 de façon à retrouver la phénoménologie, par exemple en compactifiant 16 dimensions (à partir de D = 26) à travers le réseau des racines du groupe de jauge $E_8 \otimes E_8$ et en compactifiant à nouveau 6 dimensions $M^{10} \to M^4 \times K^6$. Des contraintes physiques de préservation de super-symétrie imposent des contraintes considérables sur la géométrie de K^6: courbure de Ricci = 0, groupe d'holonomie SU(3) et non pas O (6) $\simeq$ SU (4), métrique kählerienne, etc.

IV — VERS UNE HISTORICITE DU TRANSCENDANTAL

Une fois que l'on dispose d'une telle généralisation et d'une telle libé-

[23] Cf. Kaku [1988].

ralisation des concepts d'Esthétique transcendantale et de Construction des catégories, on peut en revenir à la nature herméneutique de la tactique mathématique-interprétative et montrer comment, elle rend un idéalisme de l'interprétation parfaitement compatible avec une doctrine rationnelle "dure" de l'objectivité. En effet, la construction des catégories apparaît bien, comme une herméneutique mathématique (effectuée en termes de mathématiques issues d'une Esthétique transcendantale) du sémantisme catégorial qui légalise une ontologie régionale. Elle redonne bien, tout son sens, au concept crucial de *synthétique a priori*.

Un des principaux avantages, de cette tactique est de fournir une réponse *plausible* à deux problèmes épistémologiques majeurs qui ont troublé jusqu'ici nombre de philosophes des sciences:
(i) celui de *l'unification* des sciences;
(ii) celui d'une *historicité* de l'objectivité.
Ces deux problèmes sont d'ailleurs solidaires. En ce qui concerne, le premier, celui de l'unification, on peut lui apporter la réponse suivante. L'unité formelle fournie aux ontologies régionales par la "législation commune" d'une ontologie formelle ou d'une syntaxe générale est nécessaire mais non suffisante pour élaborer une théorie de l'unification. Elle est même erronée lorsqu'il s'agit, comme chez le premier Carnap, de reductionnisme phénoméniste. Elle doit être complétée par la possibilité de penser une unité historiquement ouverte *du système des ontologies régionales elles-mêmes*. Autrement dit, l'unité doit être non seulement formelle, mais également "matérielle". Elle doit concerner non seulement l'Analytique pure fournie par une Syntaxe générale mais également les diverses formes du synthétique a priori. Cela devient possible dans la tactique mathématique-interprétative pour deux raisons.
(i) D'abord, le synthétique a priori y devient *mathématisable* par construction de catégories. Cela transfère le problème à celui de *l'unité* des mathématiques.
(ii) Or, pour les mathématiques, *il existe une réponse*, qui est précisément celle que Lautman avait commencé à investiguer. L'unité y est non seulement celle, formelle, fournie par la logique et la théorie des modèles, mais également celle de *l'horizon* inter-théorique et entre-expressif qui est caractéristique du niveau lautmanien.

Mais, par là même, la question de l'historicité se trouve également singulièrement clarifiée. En effet, à travers:
(i) le jeu d'aller-retour entre la théorie et l'expérience, et,
(ii) les progrès dans la thématisation conceptuelle, dans la production structurale et, dans l'entre-expression *mathématiques*, les sciences peuvent recatégoriser, reschématiser et reconstruire indéfiniment leurs ontologies. Cela est parfaitement *compatible* avec le maintien de leurs fondements ration-

nels et, de leur valeur objective et, ne saurait donc conduire en rien à un quelconque relativisme sceptique irrationnel et antiméthodologique. La différence ontologique permet de situer l'herméneutique au niveau constitutif (catégorial), sans remettre aucunement en cause les moments phénoménologiques de l'expérience. Cela permet, sans aucune contradiction, de parler *d'histoire* des constitutions transcendantales et d'élaborer, conformément au voeu de Ludovico Geymonat, une dialectique de la vérité objective et de la valeur historique des sciences.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Abraham, R., Marsden, J. 1978, *Foundations of Mechanics*, Benjamin Cumings, New-York, Reading.

[2] Arnold, V., 1976, *Méthodes mathématiques de la mécanique classique*, Moscou, Mir.

[3] Banfi, A., 1926, *Principi di una teoria della ragione*, Oeuvres II, Reggio Emilia, Istituto Banfi, 1986.

[4] Bouveresse, J., 1987, *La Force de la régle*, Paris, Ed. de Minuit.

[5] Cavailles, J., 1983, *Sur la Logique et la théorie de la Science*, Paris, Presses Universitaires de France.

[6] Chatelet, G., 1985, Le retour de la monade, *Fundamenta Scientiae*, 6,327-345.

[7] Cohen-Tannoudji, G., Spiro, M., 1986, *La Matière — Espace — Temps*, Paris, Fayard.

[8] Desanti, J.T., 1968, *Les idéalités mathématiques*, Paris, Le Seuil.

[9] Dieudonne, J., 1981, Bourbaki et la philosophie des mathématiques, *Un siècle dans la philosophie des mathématiques*. Archives de L'Institut International des Sciences Théoriques, Bruxelles, Office International de Librairie.

[10] Geymonat, L., 1985, *Lineamenti di Filosofia della Scienza*, Milano, Mondadori.

[11] Gil, F., 1988, *Preuves*, Paris, Aubier.

[12] Granger, G., 1988, *Pour la connaissance philosophique*, Paris, Odile Jacob.

[13] Grünbaum, A., 1973, *Philosophical Problems of Space and Time*, Dordrecht Holland/ Boston — USA, D. Reidel Publishing Company.

[14] Harthong, J., Reeb, G., 1989, Intuitionnisme 1984, MNS [1989], 213-252.

[15] Itzykson, C., Zuber, J.B., 1985, *Quantum Field Theory*, Singapour, Mc Graw-Hill.

[16] Kaku, M., 1988, *Introduction to Superstrings*, New-York, Springer.

[17] Kant, E., 1787, *Critique de la Raison pure*, (trad. A.J.L. Delamarre et F. Marty), Paris, Pléiade, Gallimard, 1980.

[18] Kant, E., 1786, *Premiers principes métaphysiques de la science de la Nature* (Trad. J. Gibelin), Paris, Vrin, 1971.

[19] Largeault, J., 1982, *Critiques et controverses*, Université de Créteil.

[20] Lautman, A., 1937-1939, *Essai sur l'unité des mathématiques*, Paris, Bourgois, 1977.

[21] Le Bellac, M., 1988, *Des phénomènes critiques aux champs de jauge*, Paris, InterEditions - C.N.R.S.

[22] Mangione, C., (ed), 1985, *Scienza e Filosofia, Saggi in onore di Ludovico Geymonat*, Milano, Garzanti.

[23] Minazzi, F., Zanzi, L., (eds), 1987, *La Scienza tra filosofia e storia in Italia nel Novecento*, Roma, Presidenza del Consiglio dei Ministri.

[24] Misner, C.W., Thorne, K.S., Wheeler, J.A., 1973, *Gravitation*, San Francisco, Freeman.

[25] Mns, 1989, *La Mathématique non-standard*, (H. Barreau, J. Harthong, eds.), Paris, Editions du C.N.R.S.

[26] Paty, M., 1988, *La Matière dérobée*, Paris, Editions des Archives Contemporaines.

[27] Peiffer-Reuter, R., 1989, L'infini relatif chez Véronèse et Natorp. Un chapitre de la préhistoire de l'analyse non-standard, MNS [1989], 117-142.

[28] Petitot, J., 1979-1982, Infinitesimale, Locale/Globale, Unità delle matematiche, *Enciclopedia Einaudi*, VII, 443-521; VIII, 429-490; XV, 341-352; XV, 1034-1085, Turin, Einaudi.
[29] Petitot, J., 1986, *Epistémologie des phénomènes critiques*, Document du C.A.M.S., Paris, Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales.
[30] Petitot J., 1987a, Refaire le "Timée". Introduction à la philosophie mathématique d'Albert Lautman, *Revue d'Histoire des Sciences*, XL, 1, 79-115.
[31] Petitot, J., 1987b, Mathématiques et ontologie, *La scienza tra filosofia e Storia in Italia nel Novecento* (F. Minazzi, L. Zanzi, eds.), 191-211, Rome, Edizione della Presidenza del Consiglio dei Ministri.
[32] Petitot,J., 1987b, Attualità di una teoria della ragione, *Ragione: Scienza e Morale*, Nuova civiltà delle machine, V, 3/4, 39-48.
[33] Petitot, J., 1988a, Logique transcendantale et ontologies régionales, *Colloque de Cerisy: Rationalié et objectivités* (à paraître).
[34] Petitot, J., 1988b, Logique transcendantale et herméneutique mathématique: le problème de l'unité formelle et de la dynamique historique des objectivités scientifiques, Colloque "Giulio Preti". Université de Milan (à paraître dans la *Rivista di Storia della Filosofia*).
[35] Petitot, J., 1989a, Rappels sur l'analyse non standard, MNS [1989], 187-209.
[36] Petitot, J., 1989b, Le problème du physico-mathématique. Actualité de la doctrine transcendantale, Colloque "Un siècle de géométrie", Paris, Institut Henri Poincaré (à paraître chez Springer).
[37] Preti, G., 1976, *Saggi Filosofici* , Firenze, La Nuova Italia.
[38] Proust, J., 1986, *Questions de forme*, Paris, Fayard.
[39] Quigg, C., 1983, *Gauge Theories of the Strong. Weak, and Electromagnetic Interactions*, Reading, Benjamin-Cummings.
[40] Salanskis, J.M., 1989, Le potentiel et le virtuel, MNS [1989], 275-303.
[41] Shanker, S.G., 1987, *Wittgenstein and the Turning-Point in the Philosophy of Mathematics*, State University of New-York Press.
[42] Souriau, J.M.. 1975, *Géométrie symplectique et physique mathématique*, Coll. Internat, du C.N.R.S., 237, Paris.
[43] Vuillemin, J., 1955, *Physique et métaphysique kantiennes*, Paris, Presses Universitaires de France.
[44] Wang, H., 1987, *Reflections on Kurt Gödel*, Cambridge-Massachusetts, M.I.T. Press.
[45] Weinstein, A., 1977, *Lectures on Symplectic Manifolds*, C.B.M.S., Conf. Series, Am. Math. Soc., 29, Providence.
[46] Weyl, H., 1982, *Space - Time - Matter* (trad. anglaise H.L. Brose), New-York, Dover.
[47] Willard, D., 1984, *Logic and the Objectivity of Knowledge*, Ohio University Press.