

Centrato/acentrato

Questo articolo si propone di fornire una introduzione alla problematica delle organizzazioni acentrate e alla loro teoria.

Nata dal convergere di un certo numero di ricerche (all'inizio soprattutto americane) e in particolare dai lavori di Neumann sugli automi cellulari, la teoria delle organizzazioni acentrate sembra, a prima vista, rientrare nell'ambito di quella pratica teorica, di calcolo e anche tecnologica, costituita dalla simulazione di sistemi complessi. Di fatto, però, il momento della sua emergenza coincide con quello di uno slittamento epistemologico e di una generale rimessa in questione delle nozioni di strutture centrate e/o gerarchiche. Ciò fa sì che la spiegazione delle proprietà strutturali e funzionali dei sistemi acentrati, oltre al suo valore modellizzatore intrinseco, possieda un notevole valore euristico e metaforico. In particolare essa introduce un paradigma privilegiato e decisivo (probatorio) per un discorso nuovo sulla struttura sociale.

Il problema centrale che sta alla base dell'acentrismo si può porre nel modo seguente: *in che misura un sistema, le cui componenti agiscono solo in funzione di una informazione locale, è capace di performances globali?* L'esempio tipico di un sistema del genere è il cervello.

1. Un esempio.

Si consideri una scacchiera sulla quale si segnano a caso alcune caselle, ad esempio con la lettera N iniziale della parola 'nero'. Ci si ponga ora il problema di raggruppare tutte le caselle N sulla scacchiera, il più in alto ed a sinistra possibile, come nella figura 1. Vi sono evidentemente più soluzioni di questo problema:

N	N		N	N	
	N			N	N
		N			
N		N		N	
			N	N	N
		N		N	

a) Stato iniziale.

N	N	N	N	N	N
N	N	N	N	N	N
N	N	N	N		

b) Stato finale.

Figura 1.

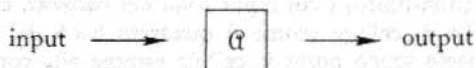
Il problema di raggruppare tutte le caselle N il più in alto e a sinistra possibile.

La prima è essenzialmente gerarchica. Essa fa intervenire una intelligenza *esterna* in possesso di una consapevolezza globale della situazione. È questa la soluzione che ha appena eseguito il lettore.

La seconda, anch'essa gerarchica, considera le componenti (in questo caso le caselle) come individui in possesso ciascuno di una consapevolezza globale della situazione, in grado cioè di determinare la propria posizione sulla scacchiera. Un semplice protocollo che impedisca a più individui segnati con N di occupare lo stesso posto permette quindi di raggiungere lo stato finale.

La terza soluzione è propriamente acentrata ed è quella di cui si tratterà in questa sede. Essa consiste nel *localizzare* sia l'intelligenza dei componenti sia l'informazione di cui essi possono disporre. Più precisamente, si considererà ciascuna casella come un *automa finito* (intelligenza locale) il cui ingresso (input) è costituito dagli stati degli automi «vicini». Il problema consiste nel sapere se è possibile trovare delle istruzioni che permettano a questi automi «miopi» di realizzare, in un numero *finito* di passi, la configurazione *globale* che costituisce lo stato finale.

Richiamo. Un *automa finito* o *macchina sequenziale* è un sistema di istruzioni in grado di programmare in tempo discreto la trasformazione di un sistema di dati in ingresso (input) in dati in uscita (output):



Esso si compone di tre insiemi: l'insieme X degli input, l'insieme Y degli output e l'insieme Q degli stati interni; e di due funzioni: la funzione di transizione (*next-state function*) $\Phi: Q \times X \rightarrow Q$ che programma la trasformazione degli stati in funzione degli input (se nello stato $q \in Q$, Q riceve l'input $x \in X$, si mette per il passaggio successivo nello stato $\Phi(q, x) \in Q$), e la funzione di uscita (*output function*) $\delta: Q \times X \rightarrow Y$ che programma l'uscita in funzione dell'entrata e dello stato interno (se nello stato interno $q \in Q$, Q riceve l'input $x \in X$, segna l'output $\delta(q, x) \in Y$).

Un *automa cellulare* di dimensione 2 è costituito da una scacchiera di cellule (con il riferimento dato per esempio in modo che ogni cellula sia individuata da un punto del piano a coordinate intere), ogni cellula c essendo costituita da un esemplare $\mathcal{A}_c$ di un automa finito standard $\mathcal{A}$. Ogni automa $\mathcal{A}_c$ è collegato ai suoi «vicini», la definizione dei quali può variare ma che in generale sono gli automi che occupano le quattro cellule adiacenti a c (se c è dato dal punto di coordinate intere (u, v) , queste quattro cellule adiacenti hanno coordinate rispettivamente $(u, v+1)$, $(u+1, v)$, $(u, v-1)$, $(u-1, v)$) (fig. 2). Attraverso questo sistema di connessioni, la scacchiera viene trasformata in una *rete* di automi, rete dove l'ingresso di $\mathcal{A}_c$ è costituito dagli stati interni dei quattro automi adiacenti. La funzione di transizione è dunque in questo caso una funzione $\Phi: Q^4 \times Q \rightarrow Q$. Quanto alla funzione di uscita essa s'identifica con la funzione di transizione.

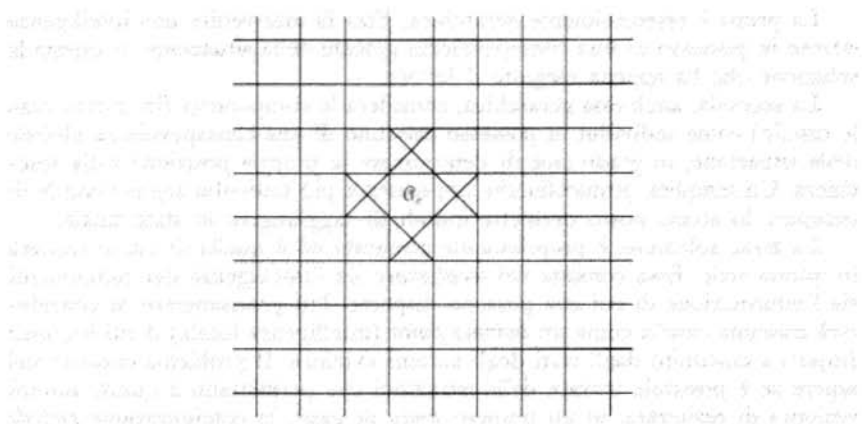


Figura 2.

Automa cellulare di dimensione 2. Le caselle contrassegnate con una croce sono occupate dai quattro vicini dell'automa Q_c .

Un automa cellulare siffatto può d'altro canto essere esso stesso considerato come un automa (non-finito) i cui input sono dei *patterns*, cioè delle configurazioni geometriche di cellule (come il quadrato 6×6 del nostro esempio). È sufficiente a questo scopo porre le cellule esterne alla configurazione d'ingresso in uno stato particolare detto *stato morto*, che ha la proprietà d'essere invariabile nel corso del tempo. Soggetto ad un input di questo genere, l'automa cellulare si trasforma, uno stadio dopo l'altro, a partire dallo stato iniziale, finché due stati *consecutivi* siano identici. Si dirà allora che questo stato finale stazionario è l'output dell'automa cellulare.

Torniamo ora al nostro problema. S'intende proporre una soluzione acentrata informale (cioè espressa in lingua naturale), soluzione dovuta a Rao Kosaraju [1977]. Anzitutto si tracci sul nostro *pattern* 6×6 una freccia da destra a sinistra per le righe di ordine dispari e da sinistra verso destra per quelle di ordine pari. Una simile operazione può essere compiuta, in modo miope, dagli automi che occupano le cellule, in base alle seguenti istruzioni:

- 1) anzitutto supponiamo che ogni automa abbia etichettato i propri quattro vicini con Nord, Sud, Est, Ovest rispettando una coerenza globale, ottenibile per gradi per confronto;
- 2) se il vicino Nord è nello stato morto (automa della prima riga), considerare il verso da destra a sinistra;
- 3) se il vicino Nord è in uno stato non-morto, considerare il verso opposto al suo.

Una volta attribuiti questi versi di percorrenza, introduciamo le transizioni seguenti per un automa Q_c segnato N:

- 1) se il vicino Nord Q_d è nello stato B (bianco o non-segnato), Q_d diventa N e Q_c diventa B;
- 2) se il vicino Nord Q_d è nello stato segnato N, lo stato N di Q_c si sposta lungo il verso indicato dalla propria riga, se il vicino laterale relativo (Ovest per il verso destra-sinistra, Est per quello opposto) è nello stato non-segnato B;
- 3) se l'una o l'altra di queste istruzioni non sono realizzabili, perché i vicini Nord e laterale sono tutti e due N, oppure morti, oppure ancora uno N e l'altro morto, Q_c rimane nello stato N;
- 4) se una cellula B può prendere lo stato N contemporaneamente sia lungo una colonna sia lungo una riga, è la colonna ad avere la priorità.

Gli schemi della figura 3 mostrano come queste istruzioni permettano di risolvere in modo acentrato, in nove unità di tempo, il nostro problema di raggruppare i simboli N.

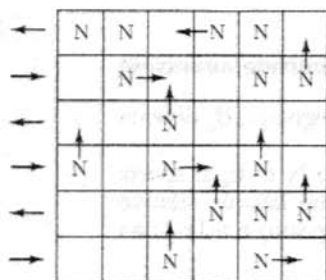
Riassumendo, una rete di automi ha la funzione di *localizzare* determinate procedure. Si compone di intelligenze standard elementari adattate ad un certo problema, «intelligenze» che *funzionano tutte in parallelo* fino a elaborare uno stato stazionario «risolvente» il problema dato.

L'esempio che è stato appena tracciato è troppo banale per lasciar intravedere fino a quale punto l'acentrismo sia importante nella costruzione di modelli dei sistemi ed in particolare dei sistemi biologici e dei sistemi percettivi. A proposito di questi ultimi, si può leggere l'interessante ed ormai classica opera di Minsky e Papert *Perceptrons* [1969]. Ma, come abbiamo già notato, l'esempio più rilevante di sistema acentrato è il sistema nervoso centrale, il funzionamento e le proprietà funzionali del quale (in particolare la memoria) rimangono ancora molto al di là di una rappresentazione appena un po' fedele [cfr. Rose 1973]. È del resto a partire da una precisa riflessione intorno al sistema nervoso centrale, considerato come rete, che Neumann, Rosenblatt, McCulloch e altri hanno fondato la teoria degli automi cellulari.

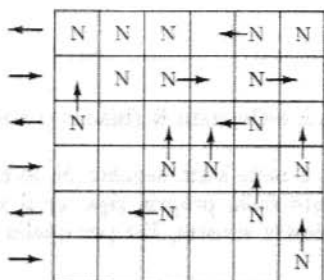
Ma l'acentrismo supera di fatto senz'altro questi modelli, per quanto elaborati siano. Infatti esso ricopre una nozione strategica che struttura attualmente una certa posizione discorsiva critica all'interno del dibattito contemporaneo. Per la sua estrema capacità metaforica e malgrado gli attriti e le molteplici derive ideologiche che determina, esso si trova innalzato al rango di autentico paradigma. È ad esempio questo paradigma che determina l'isotopia maggiore della teoria del potere di un Michel Foucault. Ma per affrontare questo paradigma, è necessario ritornare brevemente al concetto di centro.

2. Critica della ragion radiale.

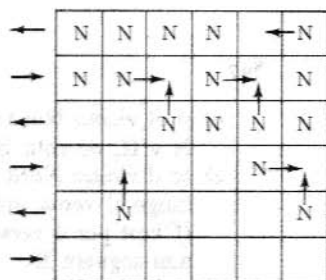
La nozione di acentrismo contribuisce alla de-limitazione di ciò che si può considerare una delle radici (radice ormai «calcinata», direbbe Foucault) della tradizione occidentale. Tradizione dell'onnisciente, dell'identico, del pro-



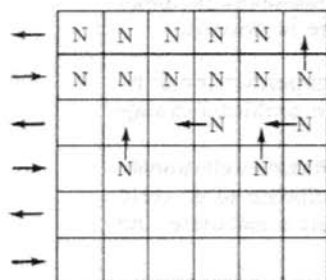
Stato iniziale S_0 .



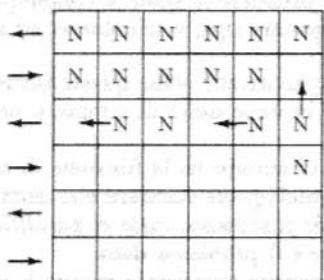
Stato S_1 .



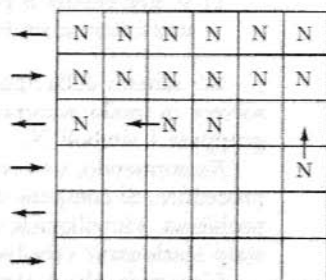
Stato S_2 .



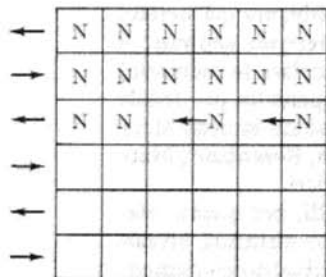
Stato S_3 .



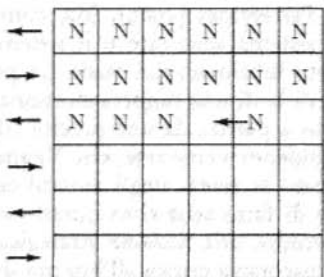
Stato S_4 .



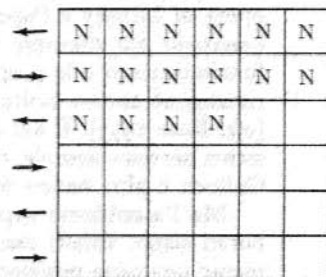
Stato S_5 .



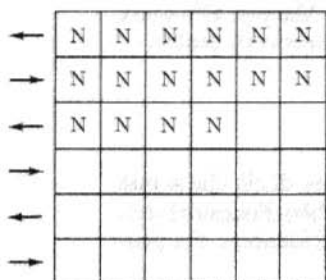
Stato S_6 .



Stato S_7 .



Stato S_8 .



$S_9 = S_0$.

Figura 3.

Soluzione accentrata per il problema del raggruppamento delle N. Lo stato S_8 , stazionario, è lo stato finale.

prio, dell'univoco, dello scopribile e dello scoperto, del classificabile e del classificato, dell'ordinabile e dell'ordinato, del gerarchico, del globale, del normativo, in breve, del centrato [cfr. Benoist 1975]. Nella strategia teorica odierna si riscontra l'avvento del non-onnicosciente, dell'equivoco, del disseminato, del parziale, del locale, del marginale, del decentrato, dell'ex-centrico, dell'acentrato.

Una tale de-limitazione urta contro un ostacolo considerevole nella misura in cui il nostro linguaggio è totalmente infiltrato, e perfino saturato dalla nebulosa semantica del centro. Questa non si riduce ad un insieme organizzato di termini. Essa opera attraverso sedimentazioni e/o sovradeterminazioni diverse; essa deriva, diffonde, si eclissa e si riscopre a volte essa stessa. (Come evitare per esempio di dire che la problematica dell'acentrismo sta diventando uno dei poli della riflessione contemporanea?) È dunque per un gioco metaforico inerente alla lingua che la ragione del centro delimita la propria area. E questo gioco è di una tale pregnanza che la nozione di centralità si è imposta alla $\delta\phi\zeta\alpha$ come correlato necessario della nozione generale di sistema e di organizzazione. Effetto di ipostasi, le cui implicazioni sono veramente disastrose. Di qui il problema.

Si «sa» che il cerchio (o la sfera) è gravido di essenze ideali. Così scrive per esempio Poulet [1961]: la forma del cerchio è «la più costante tra quelle per mezzo delle quali riusciamo a rappresentarci il luogo mentale o reale in cui ci troviamo e a collocarvi quello che ci circonda o quello di cui ci circondiamo. Semplicità, perfezione, applicazione continua e universale ne fanno la prima di quelle forme privilegiate che si ritrovano in fondo a tutte le fedi e che servono da principio di struttura a tutti gli spiriti» (trad. it. p. 9). Come *significante geometrico* (altri direbbero forse come archetipo) questa figura ha in effetti sostanzialmente influenzato le dottrine teologiche, cosmologiche, psicologiche, utopistiche, perfino urbanistiche. E ciò fa sì che ogni variazione nella sua interpretazione e/o nella sua iscrizione sia sintomo di profonde trasformazioni. (La sua disgrazia a favore della forma ellittica è caratteristica ad esempio dell'età barocca [cfr. Sarduy 1975]).

Ci si potrà dunque chiedere che cosa di questo significante – investito di significati trascendenti – faccia una metafora, addirittura una metafora originaria; come venga cioè a svolgere un ruolo strutturante.

In quanto canonizzazione dell'unità, della regolarità e della stabilità, la figura ideale del cerchio deve i propri privilegi alle sue proprietà formali e anzitutto alla sua simmetria. Ma la sua Idea, pietrificata dalla tradizione, si è trovata totalmente sovvertita e trasformata nel medioevo, attraverso un lavoro al suo interno dell'in-nominabile, cioè dell'infinito. Lavoro di genere più sottile di quanto non possa apparire, giacché questo sovvertimento e questa trasformazione si sono realizzati nei modi non certo del rigetto, ma di una rivelazione progressiva di certi aspetti *formali*.

Deus est sphaera cujus centrum ubique, circumferentia nusquam 'Dio è una sfera che ha il centro dovunque e la circonferenza in nessun luogo'. In questa formula fondamentale (che appare per la prima volta in un manoscritto pseudo-

ermetico del XII secolo, il *Liber XXIV Philosophorum*), la sfera non funziona più come simbolo di un trascendente, ma già come ciò che Deleuze chiamerebbe «diagramma d'un'immanenza», cioè come rappresentante di quella paradossale operazione per cui il trascendente, puro motore delle altezze celesti e garante assoluto della gerarchia, non sussiste se non attraverso la disseminazione nell'infinita componente degli esseri del significativo formale di cui esso è metafora.

È ciò che in certa misura anticipa san Bonaventura: «Poiché Dio è eterno e assolutamente attuale, abbraccia e compenetra tutte le porzioni di tempo, quasi esistendo simultaneamente in tutti i loro momenti come loro centro e circonferenza. Poiché è infinitamente semplice e infinitamente grande, si trova, in tutta la sua completezza, all'interno e all'esterno di tutto; ed è per questo che è una sfera intelligibile che ha il centro dovunque e la circonferenza in nessun luogo» [*Itinerarium mentis ad Deum*, v, 8]. E ancora: «Nessuno propugna questa dottrina con maggiore insistenza di Maestro Eckhart, nelle cui opere le due celebri definizioni di Dio come monade e sfera sono costantemente rapportate l'una all'altra per significare che in ogni momento e in ogni luogo Dio si costituisce come centro di tutti i momenti e di tutti i luoghi» [Poulet 1961, trad. it. p. 17]. Evidentemente non si tratta di verbalismo inconsistente o di immagini approssimative. La trasformazione di un simbolo trascendente nella traccia di un'immanenza si accompagna di fatto a uno spostamento specifico degli aspetti formali desunti dal significante geometrico in causa: l'accento si porta di conseguenza sulla struttura *radiale*, e ciò per la ragione seguente.

Data una configurazione radiale, si può considerare ciò che si chiama il *germe* all'origine di questa configurazione, cioè la sua struttura in un intorno «infinitesimale» dell'origine (fig. 4). (Affinché la metafora funzioni, è necessario «discretizzare» i raggi per «singolarizzare» il centro. Altrimenti, siccome i raggi esaurirebbero tutto il piano, il centro non sarebbe più «fenomenologicamente» distinguibile. Sottolineiamo a questo proposito che se si «stabilizza» una tale situazione eminentemente instabile (di un'infinità di rette concorrenti) spostando un poco ogni retta in modo aleatorio, si ottiene come inviluppo di questa infinità di rette una ipocicloide tricuspidata che si deve concepire come una sorta di «espansione» del punto centrale, come una sorta di «punto gonfiato», per usare un'espressione di Leibniz). Il germe è costituito dal centro (origine) dotato in più di una struttura «infinitesimale», struttura locale la qua-

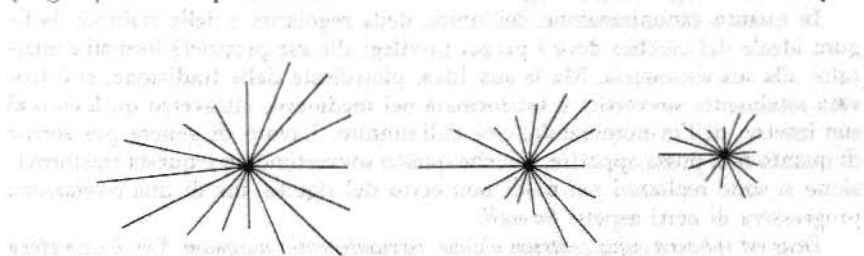


Figura 4. Germe all'origine di una configurazione radiale.

le indica che questo centro non si riduce ad un punto geometrico. Questo approccio «infinitesimale» si trova anticipato in Proclo («Nella sua interezza il cerchio è centralmente presente nel centro; poiché il centro è la causa, e il cerchio è ciò che viene causato da esso» [citato in Poulet 1961, trad. it. p. 36]), confermato da Damascio («Il centro contiene contemporaneamente tutti i suoi raggi, ma anteriormente alla loro separazione» [*ibid.*]), canonizzato da Dionigi Areopagita («Nel centro tutte le linee di uno stesso cerchio diventano un'unica cosa; questo punto ha in sé tutte queste linee confuse e unite non soltanto le une con le altre, ma anche con l'unico punto di partenza da cui emanano» [*De divinis nominibus*, v, 6]).

Ma una struttura radiale gode della proprietà caratteristica di essere invariante per omotetia. Vale a dire che in qualche misura essa è «simile» al proprio germe e che dunque la sua struttura globale non fa che espandere, in una perfetta «identità», la sua struttura locale. A causa di questa proprietà, la figura del centro si è storicamente inscritta come notevole significante della semplicità non estensiva della monade. Relativizzata dapprima ad ogni luogo e ad ogni momento, ciascun momento e ciascun luogo divenendo, secondo l'espressione di Henry More, «reiterazione del centro divino», questa impronta metafisica – prima di sprofondare nel sovraccarico immaginario di improbabili equivalenze mistiche, cosmiche, erotiche – è destinata a subire molteplici spostamenti, il principale dei quali è quello della sua *realizzazione in punto di vista* nel Rinascimento. Questo spostamento caratterizzerà l'umanesimo. «Passando attraverso le età, il grande emblema del centro e della sfera ha cambiato senso in maniera singolare. Ormai non si applica più esclusivamente a Dio, ma anche all'uomo. È l'uomo che, pari a Dio, scopre di essere centro e sfera infinita. Più ancora è ogni momento, ogni luogo in cui si trova l'uomo che si costituisce come il centro sempre nuovo di questa infinita sfericità, perché ogni luogo ed ogni momento offrono all'uomo un nuovo punto di vista. Mettendocisi, egli scopre ogni volta attorno a sé un universo non meno infinito di quello veduto dal luogo vicino o nel momento precedente. In conclusione, dal momento che il mondo è composto di una infinità di luoghi e di momenti, la coscienza umana viene a conoscenza in ogni luogo e in ogni momento di una infinità di mondi, tutti infiniti. Questa è la ricchezza che il pensiero relativista scopre nel cosmo. Ad esso questa ricchezza appare come la manifestazione dell'Essere divino. Ma basta che la figura di Dio, come accadrà un secolo più tardi, si riduca all'orizzonte del pensiero e che la varietà del mondo appaia in se stessa, priva di ogni significato teologico, perché il simbolo del centro e della sfera si riduca a un semplice schema prospettico. Nel diciottesimo secolo l'uomo non abbraccerà più con lo sguardo la sfera di Dio, ma la sfera delle conoscenze scientifiche. L'enciclia divina diverrà una semplice enciclopedia» [Poulet 1961, trad. it. pp. 27-28].

Questo trapasso *supposto* dall'enciclia all'enciclopedia si sarebbe dunque svolto in tre tempi: 1) il cerchio come Idea, come rappresentazione dell'Uno-Tutto trascendente la differenza; 2) il sovertimento specifico e la disseminazione dell'antico significante attraverso il riporto sul punto geometrico dell'im-

pronta del centro; 3) l'appropriazione e fissazione come *metafora del soggetto* (punto di vista) dell'effetto di senso così prodotto.

L'immagine del centro, derivata dall'Uno per divenire emblema, l'emblema del dominio del soggetto e della sua puntualità geometrica, è palesemente il residuo di una seduzione. Quella dello sguardo dell'Altro (l'Altro, tesoro di significanti e garante della verità, nel senso di Lacan). Ciò fa supporre che il fascino che esercita la sua immagine non derivi dalla sua «perfezione» formale, ma ben piuttosto da una funzione implicita alla pulsione scopica. Come se questo significante geometrico un po' troppo puro, un po' troppo trasparente, giocasse di fatto come la negazione dell'opacità del desiderio.

La Ragione del Centro è anche un episodio dell'*Histoire de l'Œil*.

Come significante, dunque, della semplicità non estensiva della monade, il centro «intensivo» resta un elemento formale isolato che, malgrado il sogno leibniziano [cfr. Serres 1968], non possiede risorse sufficienti a sviluppare una combinatoria e un calcolo. È perché la sua capacità simbolica è stata eclissata dall'avvento della scienza e si è arenata come il relitto di un rapporto con l'intelligibile che è diventato opaco per noi. Ma è tuttavia un'altra la ragione dell'eccezionale pregnanza del cerchio come forma: esso fornisce l'immagine di uno *schema minimale di organizzazione* (fig. 5).

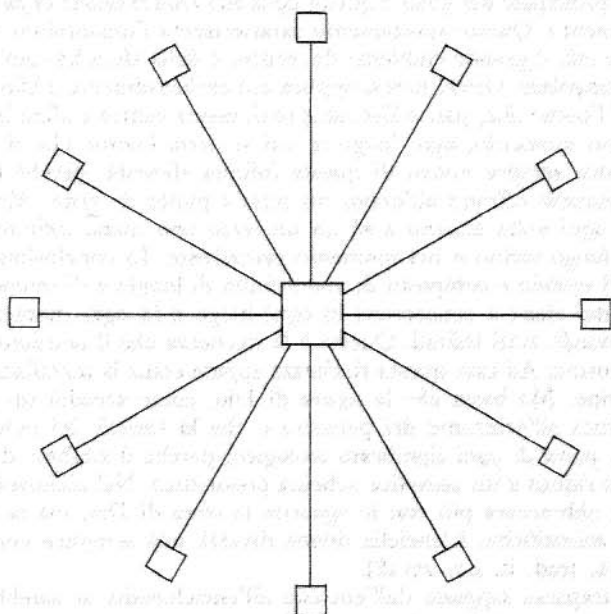


Figura 5.

Schema minimale di organizzazione. Centro: organo di decisione. Periferia: subordinati indiscernibili. Raggi: canali di comunicazione.

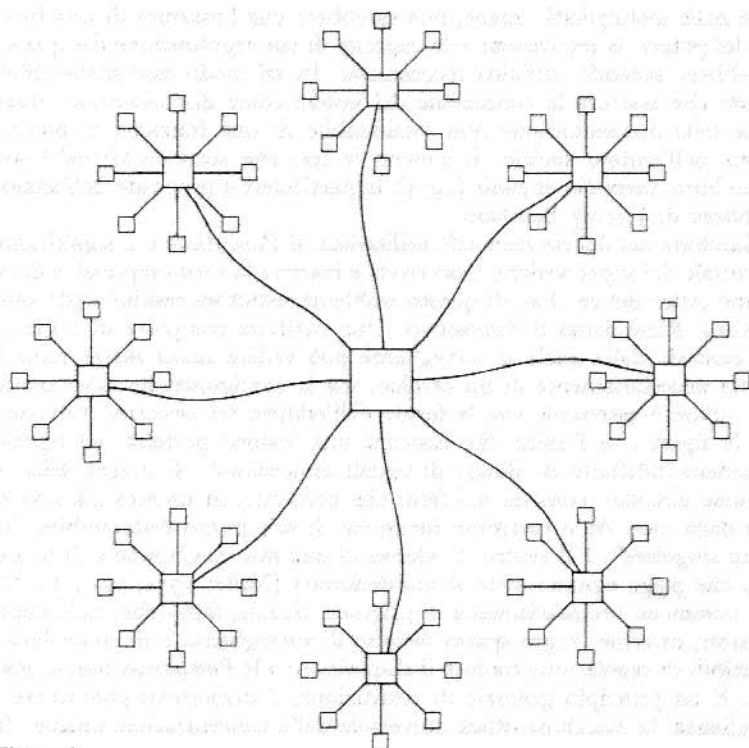


Figura 6.

Struttura gerarchica a due livelli.

In questo senso si tratta di fatto della realizzazione geometrica di un grafo, cosa questa che rende di colpo non pertinenti le questioni speculative poc'anzi evocate. Questo tipo arci-elementare di struttura discreta è passibile di una interpretazione sistemica che, pur variando e divenendo indefinitamente più complessa, opera singolarmente nella rappresentazione. Si può porre a questo proposito la domanda seguente: quale tipo di rapporto instaura questo schema — secondo il quale il fatto di organizzazione è concepito minimalmente — con la nozione di livello gerarchico? Si può constatare una certa equivalenza tra il fatto che questo schema si ripeta «identico» a se stesso di livello in livello ed il fatto che questi livelli siano gerarchizzati (fig. 6).

Questa constatazione ingenua permette di avanzare l'ipotesi che la fede nella gerarchia intesa come condizione necessaria di regolazione e di autoriproduzione di un sistema complesso, è un effetto immaginario e ideologico di quella azione residua dell'*analogia* che è il vincolo d'invarianza tra i livelli di uno schema di organizzazione. Le strutture gerarchiche, ripartendo i rapporti *apparenti* di

potere nelle molteplicità umane, non sarebbero che l'ossatura di una funzione *reale* del potere, la regolazione e la capacità di autoriproduzione del quale procederebbero secondo tutt'altri meccanismi. In tal modo esse rivelerebbero il *supposto* che assicura la concezione del potere come disconoscenza, disconoscenza della disseminazione non totalizzabile di una funzione di potere *immanente* nell'ambito sociale. È almeno la tesi che sostiene Michel Foucault nel suo libro *Surveiller et punir* [1975], in particolare a proposito dell'analisi del *Panopticon* di Jeremy Bentham.

Macchina del delirio razionale utilitarista, il *Panopticon* è il significante architeturale del super-vedere. Esso rivela e iscrive la verità repressiva del meccanismo ottico del cerchio, di questo emblema seduttore residuo dello sguardo dell'Altro. Ricordiamo il dispositivo. Una periferia composta di cellule, una torre centrale dalla quale il sorvegliante può vedere senza essere visto. Non si tratta necessariamente di un cerchio, ma la configurazione deve essere radiale: «Non è essenziale che la forma dell'edificio sia circolare, tuttavia "tra tutte le figure... è l'unica che assicura una visione perfetta, ed uguale, di un numero indefinito di alloggi di uguali dimensioni". Il pregio della configurazione circolare consiste nel fatto che permette, in un'area già resa omogenea dalla luce, delle partizioni identiche. Il solo punto distinguibile, l'unico "punto singolare", è il centro. Evidenza di una misura comune e di una eccezione, che piega ognuno sotto il suo dominio» [Miller 1975, pp. 4-5]. Non si tratta nemmeno necessariamente di prigione. Scuole, fabbriche, asili, ospedali, laboratori, caserme, «ogni spazio definito di sorveglianza e di controllo» sono suscettibili di regolazione tramite il dispositivo: «Il *Panopticon* non è una prigione. È un principio generale di costruzione, il dispositivo polivalente della sorveglianza, la macchina ottica universale delle concentrazioni umane» [*ibid.*, p. 4].

«Cos'è questo "panoptismo"? Non è una teoria, neanche un modello, propriamente parlando. È una macchina, che funziona, ma una macchina di tipo molto speciale. Essa si definisce con una *semplice funzione*, indipendentemente dalle configurazioni sensibili e dalle forme categoriche nelle quali questa funzione si realizza. La funzione è vedere senza essere visti. Essa si definisce con una *pura materia*, indipendentemente dalle sostanze specifiche nelle quali questa materia entra (sostanza delinquenziale, ospedaliera, scolastica, lavorativa, militare, ecc.). La materia è qualsivoglia "umana molteplicità" da rendere numerabile e controllabile. Una macchina così possiamo chiamarla macchina astratta. Non nel senso che sia essa stessa astratta, ideale e separata: al contrario essa funziona perfettamente, e dappertutto. Ma, definita come pura funzione e pura materia, fa essa stessa astrazione dalle forme nelle quali queste funzioni si realizzano come dalle sostanze in cui queste materie si specificano. *Non è un modello che possa applicarsi*. È un "diagramma", dice Foucault. "È il diagramma di un meccanismo di potere... [con un] funzionamento che fa astrazione da ogni ostacolo, resistenza o attrito... e che va considerato indipendentemente da ogni utilizzazione specifica" [Foucault 1975, p. 207]. Niente a che vedere con un'idea trascendente, né con una sovrastruttura ideologica, giacché ogni

enunciazione lo suppone. E nemmeno niente a che vedere con una infrastruttura economica, già qualificata nella sua sostanza e definita nella sua forma e nel suo uso. Non si tratta certo di attribuire al diagramma un ruolo analogo a quello attribuito dai marxisti all'economia: vi è là una distribuzione completamente nuova, che ci rimanda alla concezione del potere e dei suoi rapporti con l'insieme dell'area sociale.

«Ciò che conta in primo luogo è l'immanenza del diagramma» [Deleuze 1975, p. 1217].

Incarnazione legislatrice e ricaduta pragmatica dell'ideale, la macchina benthamiana non è un'utopia. È un'impalcatura, il tocco architettonico di un sistema che si regge:

- su una demagogia, quella della teatrale messa in scena del controllo e della sorveglianza;
- su un fantasma, quello del tutto vedere;
- su una ideologia, quella dell'utilitarismo e della relativa filantropia: il maggior bene del maggior numero;
- su una strategia, quella del controllo esaustivo delle identità, quella per cui il panoptismo raggiunge il sinoptismo. «I grandi sistemi nomenclativi, che estendono le loro esaurienti ramificazioni, sono le prigioni del linguaggio. È lo stesso ideale di dominio ad ispirare la teoria penitenziaria e la teoria logica di Bentham. Classificazione degli uomini, classificazione delle parole; uno stesso occhio le domina. Gli uomini, le parole — si tratta di bloccare le fluttuazioni, di inquadrarne ogni spostamento, di fissarle una volta per tutte in un posto o almeno di non perderle mai di vista nei loro movimenti, di bloccarle. Prima di essere liberale, — lo si vede bene — l'utilitarista è dispotico... Per l'utilitarista, il discorso e il reale sono reversibili, senza residui» [Miller 1975, p. 19];
- su un principio, quello della sofferenza/piacere, principio che sfocia in un calcolo. «Il calcolo dei piaceri... è il postulato necessario alla razionalizzazione della politica. È lo strumento del giudice, non dello psicologo. È il simbolo di una giustizia perfetta, in grado di misurare danni e riparazioni... Ciò che nell'uomo benthamiano è originario, è l'assoggettamento. Il calcolo dei piaceri commenta un unico enunciato: l'uomo è sottomesso; è governabile; egli è, per natura, snaturabile per mezzo della sensibilità; è sufficiente, per governarlo, tenere in pugno le leve che muovono i suoi impulsi; ricercando il piacere, fuggendo il dolore, egli è una macchina elementare affidata dalla Natura al potere dei dispensatori di felicità» [*ibid.*, p. 29].

Espressione sociale dell'identità del reale e del razionale, il diagramma benthamiano ha dunque lo scopo dichiarato di sottomettere a questa regola il reale politico-economico. Ciò sulla base di uno sradicamento pregiudiziale, quello del desiderio, desiderio che si tratta, per così dire, di rendere «nullivoco». Con Bentham, il giuridico sistema senza residui lo spazio aperto dall'assioma per cui l'assoggettamento dell'uomo simbolico non urta contro alcun

ostacolo trascendente ed è dunque manipolabile ed operabile a piacere dal legislatore. Se infatti l'uomo è governabile, è perché non esiste, non può esistere un contratto originario, né un diritto naturale [Bentham 1787].

Da Platone a Bentham dunque, attraverso la teologia e la gnosi, la prospettiva rinascimentale ed il razionalismo leibniziano, la figura ideale del cerchio, come ogni schema formale al quale sia stato assoggettato un reale senza costituirne l'oggettiva esigenza, aderisce in fondo al dispotismo. Ma si avrebbe torto nel credere chiusa l'epoca di tali operazioni. La figura del cerchio e quella, afferente, dell'albero continuano a dirigere in larga misura le rappresentazioni sociali attraverso le evidenze fallaci che hanno per funzione di oggettivare ciò che è solo una serie di suddivisioni categoriche.

È tutto l'ambito di questa ragione radiale e gerarchica che va sottoposto ad una de-costruzione. A ciò può essere utile la teoria delle organizzazioni acentrate, cioè delle reti di automi.

3. Sincronizzazione di una rete di automi.

Procediamo dunque ad una esposizione succinta delle reti di automi, reti in cui le operazioni si effettuano con un forte parallelismo ed a partire da informazioni esclusivamente locali. Seguiremo perciò due vie. Innanzitutto si tratterà di dimostrare come tali organizzazioni acentrate sono in grado di realizzare prestazioni globali. L'esempio sarà quello relativo alla *sincronizzazione* miope di una rete. S'introdurrà poi ai sistemi detti di Lindenmayer che sviluppino una teoria sintattica di derivazioni in parallelo. Questi sistemi sono utili per costituire un modello dei processi di sviluppo ed in particolare di quelli di differenziazione e di morfogenesi.

L'idea di rete di automi è abbastanza naturale. Essa consiste nel considerare un grafo come l'infrastruttura di una rete di comunicazione tra automi tutti uguali posti nei suoi vertici. Più precisamente, sia $G = (X, \mathcal{U})$ un grafo non orientato con insieme di vertici X e con insieme di spigoli $\mathcal{U}$ (cfr. fig. 7). Sia d la valenza massimale dei vertici di G e consideriamo degli automi finiti $\mathcal{Q}$, tutti uguali, aventi d «zampe», che siano collegate secondo gli spigoli di G . Essendo gli automi identici, ne numeriamo le zampe da 1 a d e se $x \in X$ e $r \in \{1, 2, \dots, d\} = (d)$, indichiamo con (x, r) la r -esima zampa dell'automato $\mathcal{Q}_x$, posto nel vertice x di G . La connessione delle zampe si esprime con una involuzione (cioè una applicazione il cui quadrato è l'identità) $f: X \times (d) \rightarrow X \times (d)$, involuzione nella quale i punti fissi sono per definizione le zampe *morte* (o non connesse). Se dunque $f(x, r) = (y, s)$, essendo f involutiva, $f(y, s) = (x, r)$. Se $(x, r) = (y, s)$, la zampa (x, r) è morta per definizione, e se $(x, r) \neq (y, s)$, le zampe (x, r) e (y, s) sono connesse secondo uno spigolo di G di estremi x e y . Lo stato di un automa $\mathcal{Q}$ è costituito dalle d -uple degli stati delle sue zampe. Il suo insieme di stati è dunque S^d , ovvero S è l'insieme finito degli stati di una zampa. Si introduce uno stato *morto* (indicato con ω) per le zampe morte. Questo stato è invariante nel tempo. Essendo il tempo *discreto* per ipotesi, si

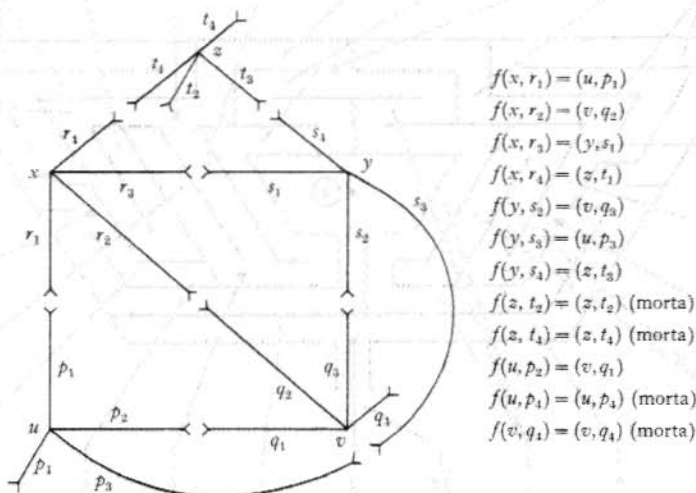


Figura 7.

Rete di cinque automi a quattro «zampe».

noterà $e_{x,r}^t \in S$ lo stato della zampa (x, r) alla t -esima unità di tempo. L'input di un automa, poi, è costituito dagli stati delle zampe ad esso connesse. Se dunque $f(x, r) = (y, s)$ e $(x, r) \neq (y, s)$, $e_{y,s}^t$ rappresenta l'input della zampa (x, r) al tempo t . La funzione di transizione Φ è dunque un'applicazione $\Phi: S^d \times S^d \rightarrow S^d$ la quale associa allo stato $\{e_{x,1}^t, \dots, e_{x,d}^t\}$ e all'input $\{e_{f(x,1)}^t, \dots, e_{f(x,d)}^t\}$, lo stato $\{e_{x,1}^{t+1}, \dots, e_{x,d}^{t+1}\}$. Si noterà poi con $(\mathcal{A}, G)$ una rete di automi $\mathcal{A}$ e di grafo G . Sia allora $\mathcal{P}$ un «problema» di grafi. Si dirà che $\mathcal{P}$ è calcolabile da automi finiti per i grafi G di valenza inferiore a d , se è possibile trovare un automa $\mathcal{A}$ di valenza d , un insieme di stati S ed una funzione di transizione Φ , tutte e tre indipendenti da G e tali che a partire da uno stato iniziale, l'inizio del calcolo, la rete $(\mathcal{A}, G)$ si trovi entro un tempo finito Θ (detto tempo di calcolo) in uno stato stazionario, «soluzione» del problema $\mathcal{P}$ per G . Si noterà che un tale processo è totalmente acentrato, dal momento che tutti gli automi calcolano in parallelo a partire dagli stati dei loro immediati vicini.

Ma ecco subito un esempio trattato da Rosenstiehl [1971] e Rosenstiehl e altri [1972]. Si tratta di risolvere con automi finiti il problema dell'esplorazione di un labirinto. Prendiamo dunque un labirinto, per esempio quello dei giardini di Hampton Court Palace, labirinto paesaggistico del regno di Guglielmo III (fig. 8). È facile associare, ad un labirinto siffatto, un grafo astratto dove i vertici rappresentano gli incroci e i vicoli ciechi, e gli spigoli rappresentano le vie aperte. Questo grafo risulta qui possedere 16 vertici e 16 spigoli. Esso è connesso, planare e possiede un ciclo di 3 spigoli (fig. 9).

Uscire dal labirinto significa trovare nel grafo un cammino che vada dal

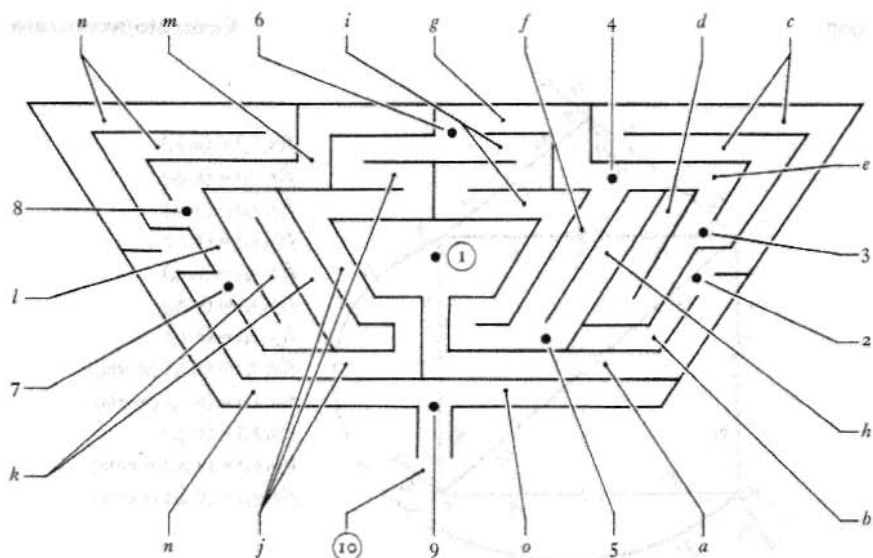


Figura 8.

Labirinto dei giardini di Hampton Court Palace.

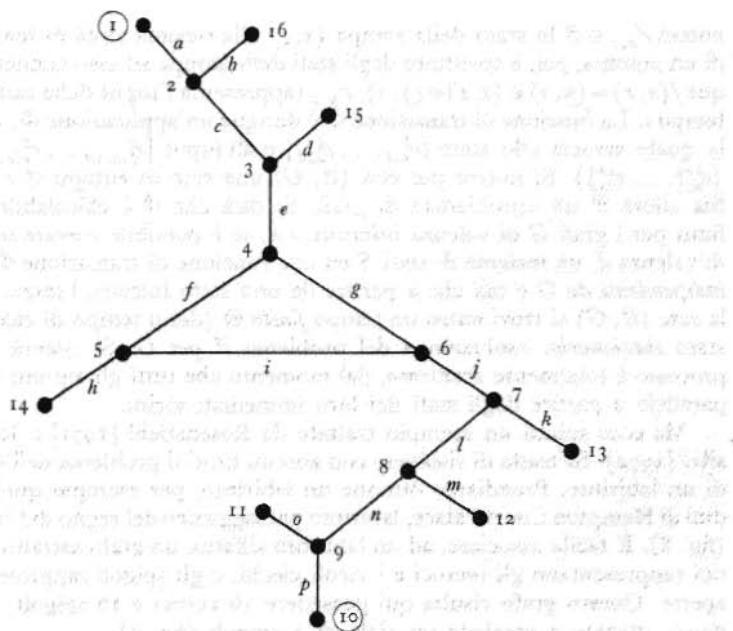


Figura 9.

Grafo associato al labirinto precedente.

vertice 1 al vertice 10. La soluzione «gerarchica» — che forse viene ad essere spontaneamente usata dal lettore — presuppone una intelligenza esterna che domini (come si dice) il problema. Ma il prigioniero del labirinto non possiede evidentemente la risorsa di una simile visione globale. È dunque necessario rendere locale la procedura di esplorazione. «Il viaggiatore smarrito è troppo leggendario; riduciamolo ad un semplice segnale, simile al segno che si sposta su un organigramma logico a mano a mano che si svolge un calcolo; e trasferiamo l'intelligenza, che il viaggiatore dedicherebbe nella ricerca della via giusta, agli stessi incroci del labirinto, denominati per l'occasione "automi finiti"... Risolvere il labirinto, vorrà dire definire per l'incrocio un automa standard, indipendentemente dalla dimensione del labirinto, in modo che [il segnale] tocchi ogni [spigolo] una sola volta in ciascun senso. È possibile? La risposta è affermativa... La soluzione di un labirinto assume qui dunque un duplice aspetto, che ha già dato a tante storielle il loro fascino. Da una parte, si tratta di trovare una strada in un dedalo di strade — tecnicamente si può dire una freccia in una categoria labirinto — e poiché, come suggerisce il buon senso, per definire via via la propria strada si deve anche saper tornare sui propri passi (è un tragitto qualsiasi, come gli altri), tutti i cammini saranno invertibili — tecnicamente si avrà una freccia gruppoide —, e più sovente addirittura

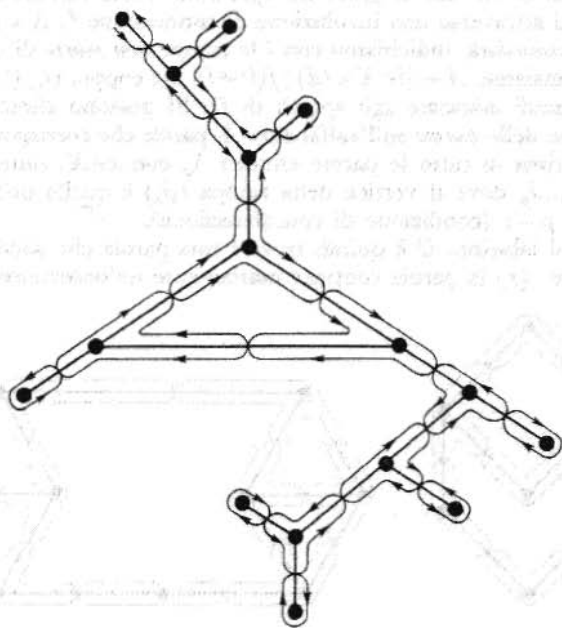


Figura 10.

Applicazione dell'algoritmo destra/sinistra al labirinto di Hampton Court Palace.

tura una parola in un linguaggio di Dyck. Dall'altra parte, si tratta di definire la misura di memoria utile, le tavole di trasformazione dell'informazione, in breve gli automi in grado di costruire questa freccia o questa parola, di calcolarle, e questo sia per un automa unico funzionante secondo l'abituale modo centralizzato degli algoritmi classici, sia per degli automi dispersi nello stesso labirinto che si vuole risolvere» [Rosenstiehl 1971, pp. 5-6].

Il problema è quindi il seguente. È possibile «localizzare» — cioè effettuare in modo acentrato — un algoritmo che costruisca per tutto il grafo $G = (X, \mathcal{U})$ un cammino percorrente ogni spigolo esattamente una volta in ciascun senso? Un algoritmo semplice, apparentemente possibile e storicamente conosciuto, è l'algoritmo detto destra/sinistra: andare successivamente il più a destra e poi il più a sinistra possibile. Ciò equivale — il grafo associato ad un labirinto essendo necessariamente planare — a prendere un cammino «che attraversa» ogni spigolo e procedere lungo le facce del grafo (fig. 10). Ma questo algoritmo non è generalizzabile. Esistono dei controesempi molto semplici di grafi planari connessi nei quali esso si rivela inoperante (cfr. fig. 11). D'altro canto l'analisi dei cammini ciclici ottenuti con l'applicazione dell'algoritmo destra/sinistra è di capitale importanza per la comprensione della struttura algebrica di un grafo planare. Ma esiste un algoritmo applicabile a qualunque grafo connesso, ed è dovuto a Trémaux (cfr. fig. 12). Sia $G = (X, \mathcal{U})$ un grafo connesso di valenza d , grafo interpretabile come infrastruttura di una rete di automi attraverso una involuzione di connessione $f: X \times (d) \rightarrow X \times (d)$. Per maggior comodità, indichiamo con l le zampe *non morte* di questa rete, e con A il loro insieme, $A = \{l \in X \times (d) \mid f(l) \neq l\}$. Le coppie $(l, f(l))$ di elementi di A sono quindi associate agli spigoli di G . Si possono allora definire per concatenazione delle parole sull'«alfabeto» A , parole che corrispondono a cammini di G : prima di tutto le parole «nulle» Λ_x con $x \in X$; quindi le successioni $l_1 \dots l_{k-1} l_k \dots l_p$ dove il vertice della zampa $f(l_k)$ è quello della zampa l_{k+1} per $k = 1, \dots, p-1$ (condizione di concatenazione).

Risolvere il labirinto G è quindi trovare una parola che soddisfi la condizione seguente: (1) la parola contiene esattamente un'occorrenza di ogni let-

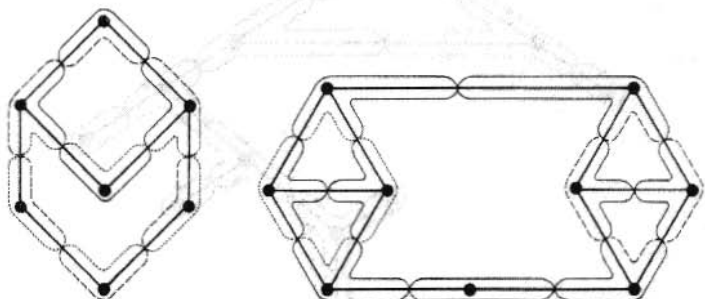


Figura 11.

Due esempi di grafi planari connessi per i quali l'algoritmo destra/sinistra è inoperante (grafi con numerose «diagonali»).

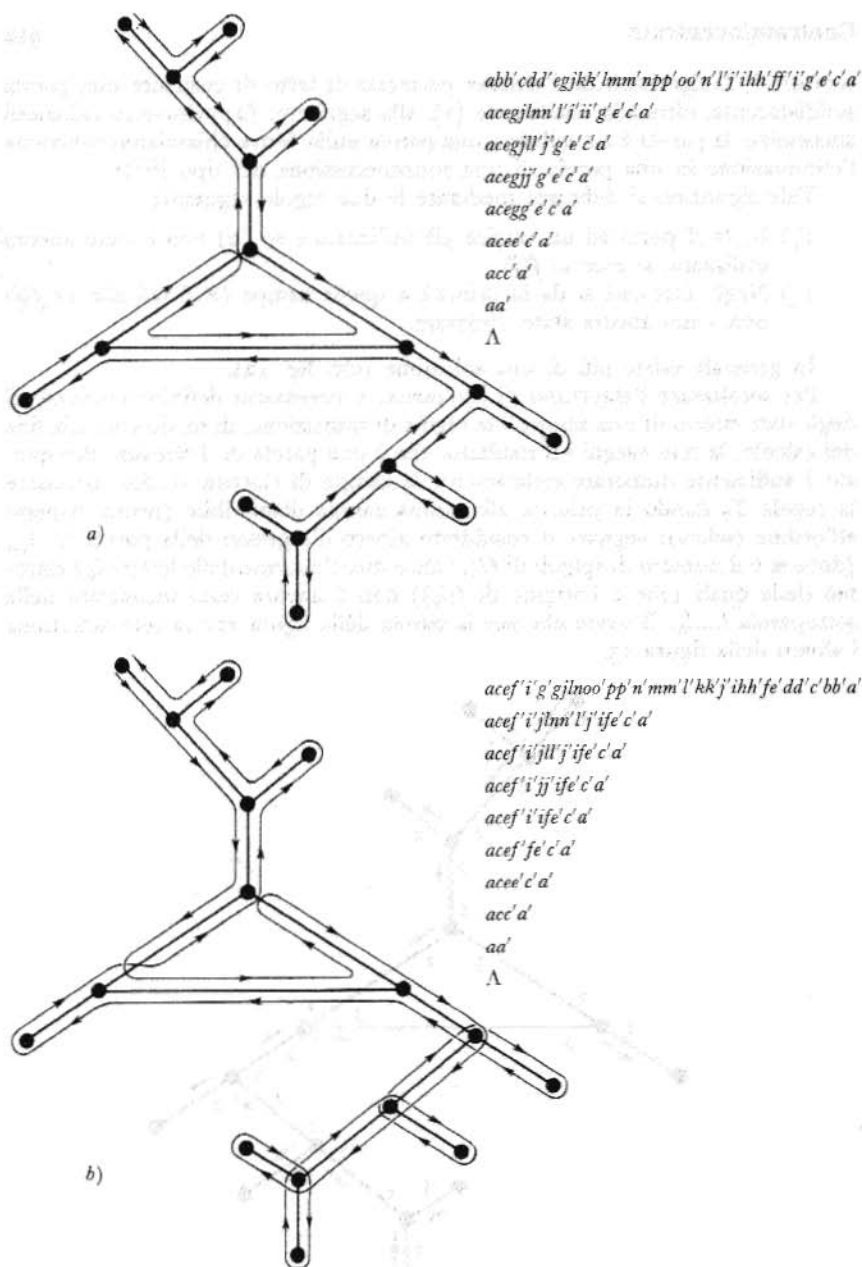


Figura 12.

Due parole di Trémaux e le loro riduzioni (dove si sono indicate le zampe a partire dalla figura 9 e dove si è notato con l' la zampa $f(l)$ per $l \in A$).

tera di A . L'algoritmo di Trémaux permette di fatto di costruire una parola soddisfacente, oltre alla condizione (1), alla seguente: (2) attraverso riduzioni successive, la parola è riducibile a una parola nulla (dove chiamiamo riduzione l'eliminazione in una parola di una sottosuccessione del tipo $lf(l)$).

Tale algoritmo si definisce mediante le due regole seguenti:

- T_1) Se $l \in A$ porta ad un vertice già utilizzato e se $f(l)$ non è stato ancora utilizzato, si esce in $f(l)$.
 T_2) Negli altri casi si dà la priorità a quelle zampe $l \in A$ tali che l e $f(l)$ non siano ancora state utilizzate.

In generale esiste più di una soluzione (cfr. fig. 12).

Per localizzare l'algoritmo di Trémaux, è necessario definire l'insieme S degli stati interni di una zampa e le regole di transizione, di modo che, alla fine del calcolo, la rete «segna» il risultato, che è una parola di Trémaux. Per questo è sufficiente numerare ciclicamente le zampe di ciascun vertice; precisare la regola T_2 dando la priorità alla prima zampa disponibile (prima rispetto all'ordine ciclico); segnare il cosiddetto albero d'ingresso della parola $l_1 \dots l_{2m}$ (dove m è il numero di spigoli di G), vale a dire l'insieme delle lettere l_k l'estremo delle quali (che è l'origine di $f(l_k)$) non è ancora stato incontrato nella sottoparola $l_1 \dots l_k$. È ovvio che per la parola della figura 12a la rete determina l'albero della figura 13.

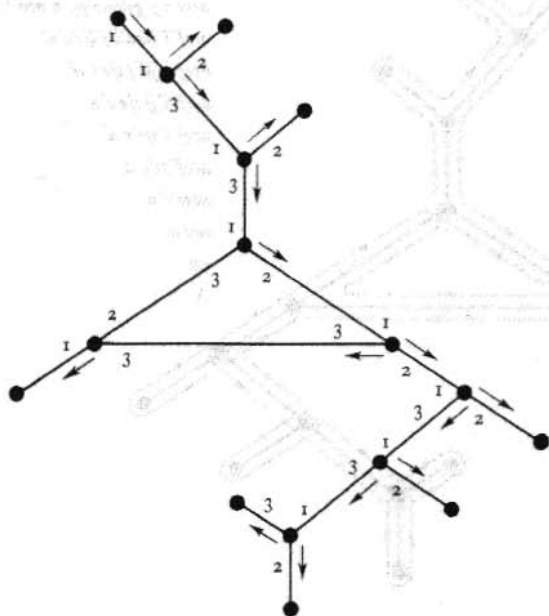


Figura 13.

Albero d'ingresso della parola di Trémaux della figura 12a.

Per tutto ciò è sufficiente introdurre, oltre allo stato morto ω , gli stati seguenti:

- uno stato I di quiete;
- uno stato V di segnatura dell'albero d'ingresso (quando una zampa entra nello stato V , vi rimane fino alla fine del calcolo);
- uno stato U che vuol dire che una zampa è già stata utilizzata;
- due stati di transizione $\hat{U}$ e $\hat{V}$ indicanti che i segnali U e V sono appena arrivati ad una zampa.

Siccome svilupperemo più avanti un problema analogo, non esplicheremo qui la trasformazione delle regole T_1 e T_2 dell'algoritmo di Trémaux in regole di transizione per l'insieme degli stati interni $S = (\omega, I, \hat{U}, \hat{V}, U, V)$. Ci limiteremo a sottolineare che se il lettore ci ha seguiti fin qui, egli ha già operato — per costruire le figure 12a e 12b — come una rete di automi miopi. Ci si potrà dunque convincere che il problema della soluzione di un labirinto è risolvibile per ogni grafo G da automi finiti indipendenti da G e in un tempo di calcolo $\Theta = 2m$ che dipende linearmente dal numero degli spigoli m di G .

Nota. Detto ciò, non bisogna credere che tutti i problemi di grafi siano comunque risolvibili in modo acentrato. In particolare non esistono automi finiti che permettano di decidere circa la *connessione* di un grafo. Questo risultato va messo in parallelo con uno dei risultati essenziali di Minsky e Papert, per sapere che il predicato di connessione non è di ordine finito (nel senso della teoria dei *perceptrons*).

Tratteremo adesso in modo più dettagliato un problema assolutamente fondamentale (in particolare per le applicazioni in biologia): quello della *sincronizzazione* di una rete di automi. Il problema è il seguente: trovare un algoritmo locale capace di far sì che una rete, i cui automi siano tutti al tempo $t=0$ in stato di quiete, eccetto uno che inizia il calcolo, si trovi in un tempo finito Θ in uno stato sincrono globale. Cioè al tempo $t=\Theta$ *tutti* gli automi si mettano *insieme e per la prima volta* in un determinato stato.

Il contrasto tra soluzione centrata e soluzione acentrata è qui particolarmente evidente. La soluzione centrata consiste in effetti nel connettere ogni automa ad un automa esterno che svolge il ruolo di istanza centrale di decisione e nell'inviare la medesima istruzione a tutti gli automi nello stesso istante. Si può paragonare ad un generale che con l'istruzione «Fuoco» dà inizio a tiri di artiglieria. Di qui del resto il nome *Firing Squad Problem* (FSP) dato a questo problema della sincronizzazione. La soluzione acentrata consiste al contrario nell'effettuare questa sincronizzazione per gradi ed in modo coerente, ogni automa operando in maniera «miope» e non avendo quindi alcuna conoscenza della propria posizione reale nella rete.

La soluzione acentrata del FSP è stata scoperta da Moore [1964] e Moore e Langdon [1968], e sviluppata da Balzer [1966; 1967], Rosenstiehl [1966], Rosenstiehl e altri [1972], Waksman [1966], Herman e Rozenberg [1975]. L'idea

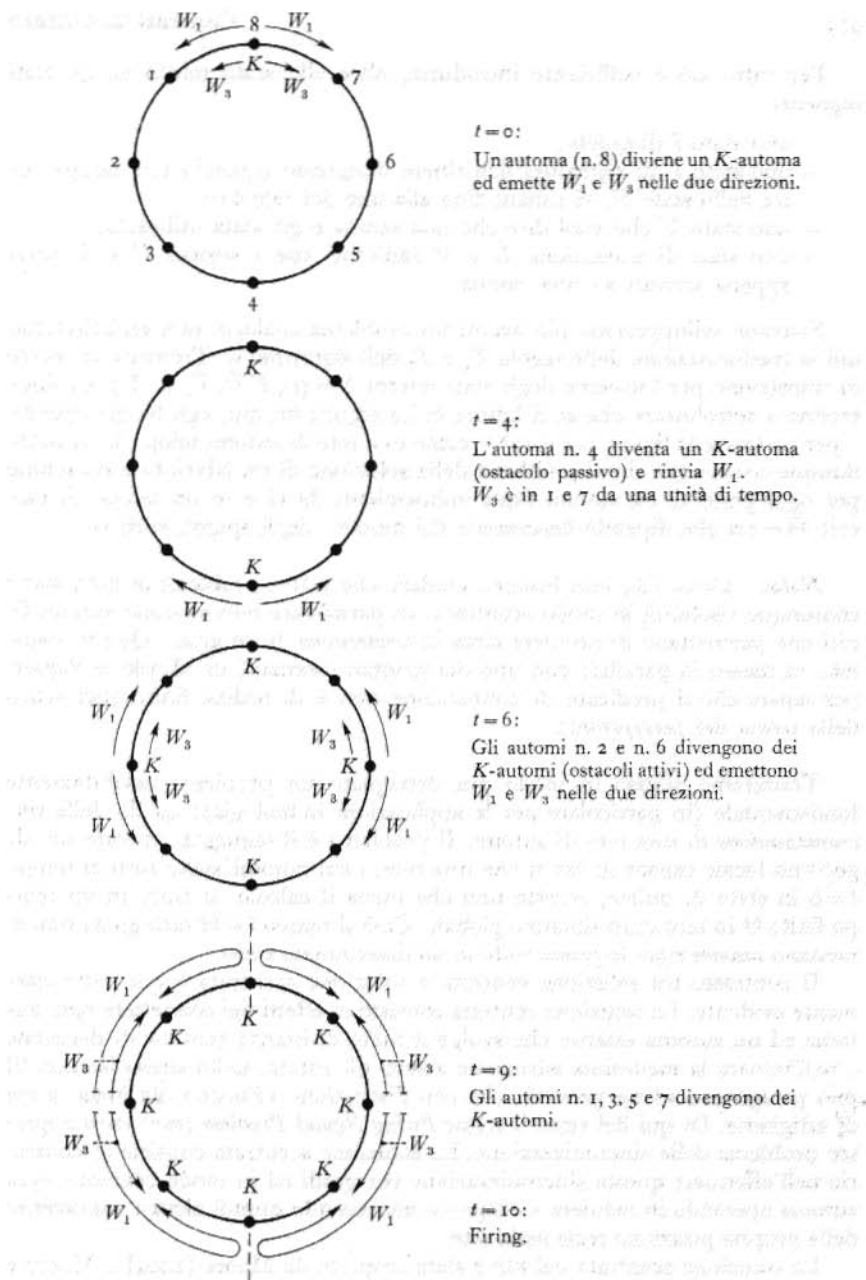


Figura 14.

Risoluzione in nove unità di tempo del RSP per una catena circolare di otto automi.

è semplice: se due segnali aventi la stessa velocità vengono emessi nello stesso tempo ai due estremi di un segmento, essi s'incontrano a metà linea. Succede lo stesso se un segnale di velocità v partito da un estremo e «rimbalzato» in quello opposto è seguito da un segnale di velocità $3v$. Un segnale propagantesi alla velocità v lungo una catena orientata è in questo caso uno stato W con la seguente proprietà: un automa assume lo stato W dopo che il suo predecessore sia rimasto v unità di tempo in tale stato W , che abbandona in questo istante. Quella che segue è una soluzione del FSP per una catena *circolare* di automi.

Ogni automa ha la possibilità di emettere nei due sensi due segnali W_1 e W_3 di velocità rispettivamente 1 e 3. Un automa che abbia emesso segnali si chiamerà K -automa (oppure, il che è lo stesso, assumerà uno stato K permanente). Le regole di transizione sono le seguenti:

F_1) Due segnali che si incontrano trasformano il loro «punto» d'incontro – costituito di uno o due automi secondo la parità della catena – in un K -automa;

F_{1a}) se i segnali sono identici, questo K -automa li rinvia (ostacolo passivo),

F_{1b}) se i segnali sono differenti, questo K -automa rinvia W_1 e W_3 nei due sensi (ostacolo attivo), poi diviene un ostacolo passivo.

F_2) Il *Firing* ha luogo per un K -automa quando i due vicini sono dei K -automi.

Gli schemi della figura 14 illustrano appunto il caso di una catena circolare di 8 automi.

Questa soluzione del FSP per una catena circolare ci mette in grado di trovare soluzioni per un grafo qualunque. Sia $G = (X, \mathcal{U})$ il grafo (connesso) in questione. Incominciamo a considerare un albero V di G , di origine $a \in X$ e tale che per ogni vertice b di G , $b \neq a$, il cammino (unico) di V che unisce a con b sia un cammino di lunghezza minimale tra tutti i cammini di G che uniscono a con b . Considereremo ora un percorso ciclico su questo albero, percorso che passa dunque due volte per ogni vertice di G e al quale appli-

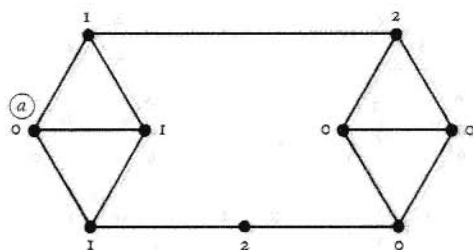


Figura 15.

Numerazione modulo 3 dei vertici di un grafo connesso.

cheremo il procedimento precedente. Se la scelta quindi di V da una parte e del percorso ciclico dall'altra è una questione risolvibile da automi finiti, lo stesso sarà per l'FSP grazie alla definizione che segue:

DEFINIZIONE. In una rete di grafo G si dice che l'automa $\mathcal{B}$ è sovrapposto all'automa $\mathcal{A}$ se un esemplare di $\mathcal{B}$ ed un esemplare di $\mathcal{A}$ occupano ogni vertice di G e se per effettuare il suo $(t+1)^{\text{esimo}}$ passaggio $\mathcal{B}$ tiene conto non solo del suo stato e di quello dei suoi vicini al tempo t , ma anche di quello di $\mathcal{A}$ al tempo $t+1$.

Risolviamo per primo il problema di segnare un albero V di cammini minimali. Dato $a \in X$, incominciamo con l'attribuire un indice ad ogni vertice di G mediante un numero che misura la distanza modulo 3 dal vertice a (fig. 15). Un'intelligenza locale $\mathcal{C}$ che esegue questa operazione può essere definita in questo modo: l'insieme degli stati interni delle zampe dell'automa $\mathcal{C}$ è $F = \{\omega, I, 0, 1, 2\}$ dove I è lo stato di quiete.

Per $x \in X$, sia d_x l'insieme dei numeri delle zampe non morte di $\mathcal{C}_x$ e sia P la seguente situazione: (P) per $r_0 \in d_x$, $e_{x,r_0}^t = I$ e $l_{x,r_0}^t = q$, $q = 0, 1, 2$, dove si nota con $l_{x,r}^t$ lo stato al tempo t della zampa $f(x, r)$. Regola di transizione:

$$(P) \Rightarrow e_{x,r}^{t+1} = q + 1 \pmod{3} \quad \text{per ogni } r \in d_x.$$

Lo stato iniziale è dato da $e_{a,r}^0 = 0$ per ogni $r \in d_a$; $e_{x,r}^0 = I$ per ogni vertice x , $x \neq a$ e per ogni $r \in d_x$.

Gli stati 0, 1, 2 sono permanenti ed è dunque il primo modo di attribuire un indice che ha la priorità. Ciò fa sì che tutte le zampe con la stessa origine sono segnate allo stesso modo alla fine del calcolo, con un indice che può quindi essere assimilato a quello del vertice comune (fig. 16).

Definiamo adesso un automa $\mathcal{K}$ che, sovrapposto a $\mathcal{C}$, determina un percorso ciclico γ lungo un albero V di cammini minimali. Noteremo $e_{x,r}^t$ gli stati di $\mathcal{K}$.

L'insieme degli stati interni è $\hat{F} = (\omega, I, T, \bar{T}, \hat{T}, V)$, T significa che la zampa appartiene a γ , V significa che la zampa è una zampa d'ingresso; questi due stati sono permanenti. $\bar{T}$ è uno stato transitorio di chiamata a V , $\hat{T}$ è uno stato transitorio di attesa.

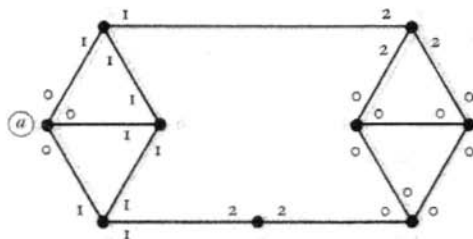


Figura 16.

Indici modulo 3 per l'algoritmo 3.

Sia $\hat{\Lambda}_x = \{r \in d_x \mid l_{x,r} = \hat{T}\}$ e sia $\hat{\Lambda}_x^q = \{r \in \hat{\Lambda}_x \mid l_{x,r} = q-1\}$. Consideriamo le situazioni seguenti:

- (1) $e_{x,r}^{t+1} = q, e_{x,r}^t = I$ per ogni $r \in d_x$ e $\hat{\Lambda}_x^q \neq \emptyset$
 (2) $e_{x,r}^t = \hat{T}$
 (2') $e_{x,r}^t = \hat{T}$
 (3) $l_{x,r}^t = V$
 (3') $l_{x,r}^t = I$.

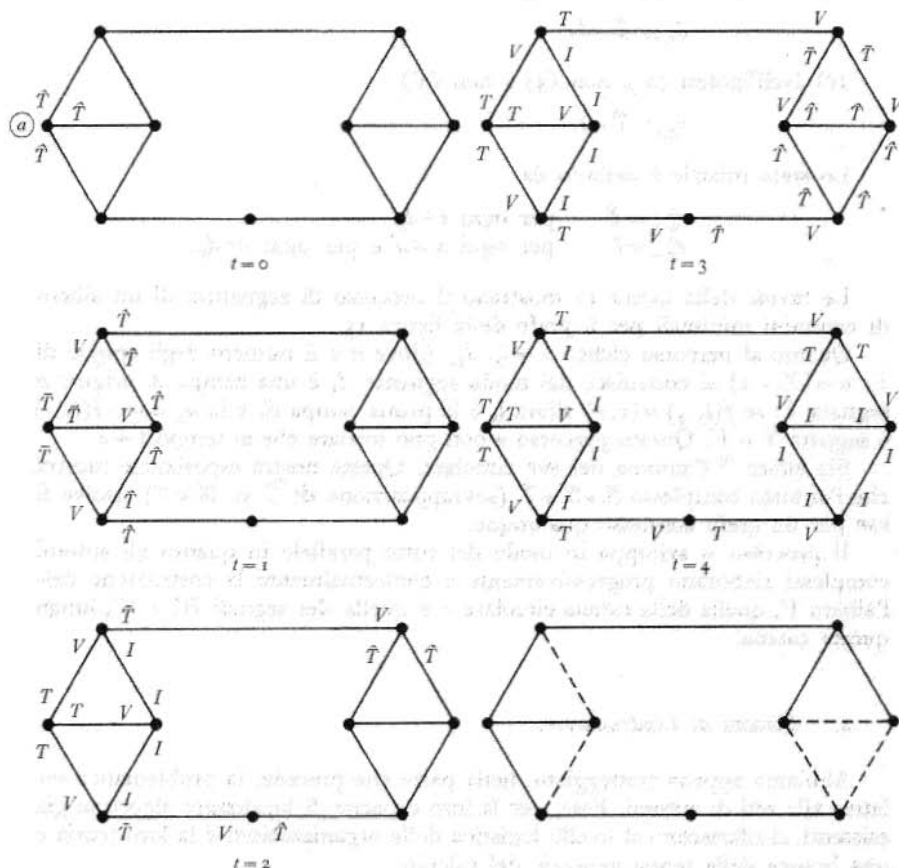


Figura 17.

Costruzione di un albero di cammini minimali con la sovrapposizione di automi, $\mathcal{R} \cdot 5$.

Regole di transizione:

i) Nell'ipotesi (1)

$$\begin{array}{ll} \text{per } r \in \dot{\Lambda}_x, & \dot{i}_{x,r}: \hat{T} \rightarrow \hat{T} \\ \dot{e}_{x,r}: I \rightarrow V & \text{dove } \hat{r} = \min \dot{\Lambda}_x \\ \dot{e}_{x,r}: I \rightarrow \hat{T} & \text{per ogni } r \in d_x - \dot{\Lambda}_x. \end{array}$$

ii) Nelle ipotesi (2) e (3)

$$\dot{e}_{x,r}: \hat{T} \rightarrow T.$$

iii) Nell'ipotesi (2) e non (3)

$$\dot{e}_{x,r}: \hat{T} \rightarrow I.$$

iv) Nell'ipotesi (2'), non (3) e non (3')

$$\dot{e}_{x,r}: \hat{T} \rightarrow I.$$

Lo stato iniziale è definito da

$$\begin{array}{ll} e_{a,r}^0 = \hat{T} & \text{per ogni } r \in d_a \\ e_{x,r}^0 = I & \text{per ogni } x \neq a \text{ e per ogni } r \in d_x. \end{array}$$

Le tavole della figura 17 mostrano il processo di segnatura di un albero di cammini minimali per il grafo della figura 15.

Quanto al percorso ciclico $v = l_1 \dots l_{2n}$ (dove n è il numero degli spigoli di V , $n = |X| - 1$) si costruisce nel modo seguente: l_1 è una zampa di origine a segnata T ; se $f(l_{k-1}) = (x, r)$ allora l_k è la prima zampa di x in d_x dopo $f(l_{k-1})$ e segnata T o V . Questo percorso v non può iniziare che al tempo $t = 2$.

Sia allora $\mathcal{F}$ l'automa del FSP circolare. Questa nostra esposizione mostra che l'automa complesso $\mathcal{F} * \mathcal{K} * \mathcal{G}$ (sovrapposizione di $\mathcal{F}$ su $\mathcal{K} * \mathcal{G}$) risolve il FSP per un grafo connesso qualunque.

Il processo si sviluppa in modo del tutto parallelo in quanto gli automi complessi elaborano progressivamente e contestualmente la costruzione dell'albero V , quella della catena circolare v e quella dei segnali W_1 e W_3 lungo questa catena.

4. Sistemi di Lindenmayer.

Abbiamo appena tratteggiato, nella parte che precede, la problematica relativa alle reti di automi. Esse, per la loro capacità di localizzare algoritmi già esistenti, si riferiscono al livello logistico delle organizzazioni e la loro teoria è una branca della teoria generale del calcolo.

Ma queste reti di automi assumono anche un'importanza enorme per quel che riguarda la modellizzazione di sistemi complessi, in particolare dei sistemi biologici, che, è evidente a priori, si sviluppano e funzionano in maniera acen-

trata. È indispensabile, proponendosi la modellizzazione di tali sistemi empirici, selezionare per prima cosa il livello di organizzazione che si consideri pertinente. Un certo numero di argomenti depongono a favore del livello *cellulare*. «Le seguenti ragioni possono essere usate per sostenere la scelta delle cellule quali unità di base: 1) Le cellule sono l'unità metabolica autonoma di tutti gli organismi superiori. 2) Tutte le attività metaboliche e di sintesi nella cellula sono mediate dalle molecole proteiche e di RNA che vengono prodotte in accordo con porzioni particolari di DNA (i geni). 3) Solo le molecole di DNA, fra tutti i costituenti cellulari, possono essere fedelmente riprodotte, cosicché l'eredità dei meccanismi cellulari può avvenire praticamente solo attraverso la trasmissione da cellula madre a cellula figlia di particolari tipi di DNA. 4) Ogni cellula di uno stesso organismo discende da una singola cellula ancestrale, l'uovo fertilizzato, e ognuna di esse porta lo stesso complesso di DNA. 5) Parte dei geni costituenti il complesso di DNA di una cellula possono in ogni momento essere attivi (producendo RNA e proteine) o inattivi. 6) L'attivazione (de-repressione) o l'inattivazione (repressione) dei geni è causata da molecole che vengono prodotte o nelle cellule stesse o che entrano nella cellula da quelle vicine o dall'ambiente» [Lindenmayer 1974].

Ma una caratteristica essenziale dei sistemi cellulari è di essere sistemi che si sviluppano. Entrano qui in gioco meccanismi fondamentali quali la differenziazione cellulare ed i processi di morfogenesi. Ciò fa sì che l'infrastruttura relazionale del sistema, la sua «geometria», evolva nel corso del tempo. Per modellizzare tali sistemi a «geometria variabile», è necessario dunque generalizzare in maniera conseguente la nozione di rete di automi.

Tuttavia i sistemi formali prodotti attraverso una tale generalizzazione non saranno pertinenti come modelli di algoritmi di sviluppi programmati prima che venga stabilita la validità di una simulazione *discreta*. L'ipotesi della validità di un'approssimazione digitale di un sistema cellulare solleva numerosi problemi. Certi argomenti depongono però a suo favore. «Gli stati di cellule trattate come automi sono interpretabili in termini di presenza o assenza di costituenti chimici cellulari (relativamente a concentrazioni di soglia), e/o in termini di combinazioni di geni attivi ed inattivi. Gli input cellulari sono rappresentati dai composti che entrano nella cellula durante un certo intervallo di tempo, o dalle eccitazioni di membrana che essa riceve. Similmente i loro output sono composti che hanno lasciato la cellula, o eccitazioni da essa originate. La funzione di transizione è in parte una espressione degli effetti delle interrelazioni dei geni, nel senso della repressione o de-repressione di geni attraverso i prodotti di altri geni, ed in parte una espressione di effetti di controllo tra le molecole RNA ed enzimatiche all'interno del citoplasma...

«In secondo luogo si assume che gli stati e gli input siano entità discrete, e debbano esservene un numero finito. Esiste naturalmente un numero definito (poche migliaia) di geni discreti; ciascuno presente in poche copie per ogni cellula. Perciò, se fosse sufficiente considerare, nelle regolazioni relative allo sviluppo, solo le combinazioni dei geni attivi che sono presenti ad un dato istante in una cellula, ogni gene attivo originando un composto in qualche

maniera importante per la crescita e la morfogenesi, allora lo stato (così come l'input e l'output) di ogni cellula sarebbe naturalmente un'entità discreta...

«Vi è tuttavia un'ulteriore complicazione nel fatto che non è possibile guardare semplicemente allo sviluppo come ad un processo nel quale un certo numero di geni viene inserito o disinserito in diverse cellule in momenti diversi. Evidentemente i vari componenti del citoplasma possono variare con continuità le loro concentrazioni e si conoscono molti effetti di controllo tra questi componenti, quali feedback e inibizione allosterica degli enzimi, inibizione o stimolazione delle velocità di sintesi degli enzimi a livello di RNA, diffusione di metaboliti, ecc.

«Le possibilità che il citoplasma influenzi il corso dello sviluppo sono incredibilmente numerose e complesse. È anche evidente tuttavia che la maggior parte dei processi metabolici e sintetici sono regolati per mantenersi al livello di stati stazionari e che gli eventi relativi allo sviluppo, come la differenziazione, hanno luogo quando avvengono repentini cambiamenti da uno stato stazionario ad un altro in numerosi iter biochimici. Sebbene continue trasformazioni citoplasmatiche, importanti per lo sviluppo, non possano essere escluse, non è cosa troppo azzardata assumere che nella maggioranza dei casi gli eventi relativi al citoplasma possano essere considerati eventi discreti.

«Un terzo parametro che viene considerato discreto nel nostro sistema è il tempo. Il calcolo dei nuovi stati cellulari, basato sugli stati e gli input precedenti, avviene rispetto a certi intervalli. Poiché ogni intervallo può essere scelto piccolo a piacere, quest'assunto non sembra rappresentare una grave limitazione. Nondimeno, costituisce un problema il fatto che più piccolo è l'intervallo di tempo, maggiore è il numero di stati necessari per cicli diversi di misurazione. Ovviamente, bisogna trovare un compromesso tra descrizioni molto dettagliate e descrizioni decisamente grossolane. Il riconoscere che la maggior parte dei processi cellulari sono altamente stabili, con occasionali spostamenti in altre aree di stabilità, rende possibile una descrizione dei processi di sviluppo che sia realistica, benché senza intervalli di tempo eccessivamente piccoli» [Lindenmayer 1974].

Una volta ammessa, almeno a titolo d'ipotesi, la validità delle descrizioni discrete, ci si trova dunque di fronte al problema seguente: definire delle reti di automi dove le regole di transizione includano trasformazioni della geometria sottostante. I sistemi di Lindenmayer, detti anche *L-sistemi*, sono i più semplici di questo tipo. Sono delle reti *lineari* che hanno dunque la funzione di modellizzare lo sviluppo di strutture filamentose. L'ipotesi di linearità semplifica considerevolmente il problema, nella misura in cui diviene possibile *identificare la geometria della rete con un'operazione algebrica semplice, la concatenazione*. Se in effetti si considera un filamento di n cellule $c_1, c_2, \dots, c_n$, la cellula c_i essendo supposta nello stato $\sigma_i \in \Sigma$ (dove Σ è l'insieme finito degli stati interni di ogni cellula), lo stato del filamento sarà descritto dalla sequenza $\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n$. Questa sequenza è una *parola* sull'alfabeto Σ , cioè un elemento del monoide libero Σ^* generato da Σ .

Quando si considera una tale struttura filamentosa come una rete lineare di

automi, si determinano, per $2 \leq i \leq n-1$, delle regole di transizione del tipo $\sigma_{i-1}\sigma_i\sigma_{i+1} \rightarrow \tau_i$ che significano che, se la cellula c_i si trova all'istante t nello stato σ_i e se i suoi vicini c_{i-1} e c_{i+1} si trovano, nello stesso istante t , negli stati rispettivamente σ_{i-1} e σ_{i+1} , questa cellula c_i si troverà all'istante $t+1$ nello stato τ_i . In più si danno delle regole per gli estremi della catena, del tipo $g\sigma_1\sigma_2 \rightarrow \tau_1$ e $\sigma_{n-1}\sigma_n g \rightarrow \tau_n$ dove g è un simbolo che rappresenta l'ambiente. Ma se si vuole potersi rendere conto dello sviluppo di questo filamento, si devono dare regole di transizione del tipo $\sigma_{i-1}\sigma_i\sigma_{i+1} \rightarrow \tau_i$ dove in questo caso τ_i non rappresenta più una lettera dell'alfabeto Σ ma una parola di Σ^* , $\tau_i = \tau_{i1} \dots \tau_{ik}$; una simile regola significa che se la cellula c_i si trova nell'istante t nello stato σ_i e se i suoi vicini c_{i-1} e c_{i+1} si trovano, nello stesso istante t , negli stati rispettivamente σ_{i-1} e σ_{i+1} , questa cellula c_i avrà originato, all'istante $t+1$, k cellule $c_{i1}, \dots, c_{ik}$ di stati rispettivamente $\tau_{i1}, \dots, \tau_{ik}$. È verso una simile generalizzazione delle reti lineari che mira la nozione di L -sistema.

Più precisamente un $\langle I, 1 \rangle$ -sistema è costituito (definizione per ora temporanea) da:

- 1) un alfabeto Σ (insieme finito e non vuoto degli stati interni);
- 2) un simbolo $g \notin \Sigma$ che indica gli estremi del filamento e che assume il ruolo di ambiente;
- 3) regole di transizione dette anche produzioni del tipo

$$\sigma_e \sigma \sigma_r \rightarrow \tau$$

$$g \sigma \sigma_r \rightarrow \tau$$

$$\sigma_e \sigma g \rightarrow \tau$$

dove τ è una parola di Σ^* , cosa che implica d'altra parte che τ può essere la parola vuota che si interpreta come morte della cellula di stato σ nel contesto $\langle \sigma_e, \sigma_r \rangle$ o $\langle g, \sigma_r \rangle$ o ancora $\langle \sigma_e, g \rangle$. Supponiamo anche che l'insieme delle produzioni sia completo, cioè che per ogni terna $(\sigma_e, \sigma, \sigma_r)$, (g, σ, σ_r) , (σ_e, σ, g) esista una produzione che ammette questa terna come primo membro.

Essendo dato un $\langle I, 1 \rangle$ -sistema $G = \langle \Sigma, P, g \rangle$ dove P è l'insieme delle produzioni, si può derivare da ogni parola $\alpha = a_1 \dots a_m$ di Σ^* un'altra parola β applicando contemporaneamente ad $a_1 \dots a_m$ le produzioni adeguate. Se dunque esistono in P le produzioni $ga_1a_2 \rightarrow \tau_1$, $a_1a_2a_3 \rightarrow \tau_2$, ..., $a_{n-2}a_{n-1}a_n \rightarrow \tau_{n-1}$, e $a_{n-1}a_n g \rightarrow \tau_n$, β è la parola $\tau_1 \dots \tau_n$ ottenuta per concatenazione dei τ_i . Si dice allora che β deriva direttamente da α in G . Generalizzando, si dirà che una parola γ di Σ^* deriva da α in G (cosa questa che si noterà $\alpha \Rightarrow_G \gamma$) se esiste una successione $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ di origine $\beta_0 = \alpha$ e di estremo $\beta_k = \gamma$ tale che, per $i = 1, \dots, k$, β_i deriva direttamente da β_{i-1} in G . La derivazione è dunque la chiusura transitiva della derivazione diretta. È evidente che se si considera una parola $\omega \in \Sigma^*$, è possibile per derivazione generare un sottoinsieme $L(G)$ di Σ^* , quello delle parole γ derivanti da ω in G . Da qui la definizione (definitiva):

DEFINIZIONE. Un $\langle I, 1 \rangle$ -sistema è una quaterna $G = \langle \Sigma, P, g, \omega \rangle$ dove $\omega \in \Sigma^*$ è detto l'assioma del sistema.

$L(G) = \{ \gamma \in \Sigma^* \mid \omega \xRightarrow{G} \gamma \}$ viene chiamato il linguaggio generato da G .

Queste definizioni, tutto sommato molto naturali, hanno tuttavia trasformato completamente la nostra problematica iniziale. Se era di fatto naturale supporre per una struttura filamentosa 1) che l'insieme Σ degli stati interni è dato e fisso, 2) che l'insieme P delle produzioni è anch'esso dato e fisso per quanto si tenti di creare modelli di sviluppi *programmati* (geneticamente), queste due supposizioni ci hanno condotto alla definizione dei linguaggi $L(G)$ generati dagli $\langle I, 1 \rangle$ -sistemi. Dobbiamo dunque porci adesso la questione inversa: dato un linguaggio M su un alfabeto Σ (cioè un sottoinsieme del monoid Σ^*), esiste un $\langle I, 1 \rangle$ -sistema G tale che $L(G) = M$? Se la risposta è positiva si dice che il linguaggio M è un $\langle I, 1 \rangle$ -linguaggio. Ne deriva il problema – puramente teorico – di caratterizzare in modo formale questa classe di linguaggi. Partiti da un problema di modellizzazione, stiamo approdando ad un problema di teoria dei linguaggi. Il carattere fondamentale della teoria degli L -sistemi è connettere la modellizzazione di certe strutture cellulari empiriche alla teoria astratta dei linguaggi formali e quindi alla teoria del generativismo sintattico. Si tratta di una profonda trasformazione del punto di vista che estende all'analisi dei sistemi biologici l'incidenza della rivoluzione chomskyana. Non si tratterà più, infatti, di simulare i dati sperimentali per mezzo di artefatti teorici più o meno ad hoc, ma di interpretarli in quanto manifestanti determinate proprietà strutturali di certe classi di linguaggi.

In poche parole, la teoria degli L -sistemi è l'esplorazione matematica sistematica delle capacità generative di certi processi di derivazione, processi la cui caratteristica maggiore – che li contrappone alle grammatiche chomskyane – è il *parallelismo*. In una derivazione $\alpha \xRightarrow{G} \beta$, tutte le lettere di α vengono in effetti simultaneamente sostituite con le parole programmate dalle produzioni. Tutto questo ci spinge ad esaminare, prima di dare qualche esempio applicativo, le capacità generative delle principali classi di L -sistemi confrontandole alla gerarchia chomskyana (malgrado che abbiano l'andamento di una cascata abbastanza fastidiosa di definizioni e di risultati affermati senza dimostrazione).

Per prima cosa dunque rammentiamo brevemente la gerarchia chomskyana. Una grammatica G è una quaterna $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$ dove V_N è l'alfabeto ausiliario (non terminale); V_T è l'alfabeto terminale, V_N e V_T essendo disgiunti ($V = V_N \cup V_T$); P è l'insieme finito delle produzioni $\alpha \rightarrow \beta$ dove $\alpha \in V^+$ e $\beta \in V^*$ ($V^+ = V^* - \lambda$, λ parola vuota); $S \in V_N$ è l'assioma.

Data una grammatica G , si dice che $\beta \in V^*$ deriva direttamente da $\alpha \in V^*$ in G se si può scrivere $\alpha = \gamma \alpha' \delta$ e $\beta = \gamma \beta' \delta$ con $\alpha' \rightarrow \beta' \in P$. Si definisce ovviamente la derivazione $\alpha \xRightarrow{G} \gamma$ come chiusura transitiva della derivazione diretta, e si definisce il linguaggio $L(G)$ generato da G come insieme delle parole sul vocabolario *terminale* che sono derivabili dall'assioma

$$L(G) = \{ \gamma \in V_T^* \mid S \xRightarrow{G} \gamma \}.$$

La gerarchia chomskyana attesta l'inclusione stretta delle seguenti quattro classi di linguaggi:

- $\mathcal{L}(RE)$ classe dei linguaggi ricorsivamente numerabili. Sono quelli generabili con una grammatica. Esattamente, sono anche quelli accettati dalle macchine di Turing.
- $\mathcal{L}(CS)$ classe dei linguaggi *context sensitive*. Sono quelli generabili con le grammatiche *context sensitive*, cioè le grammatiche dove per ogni produzione $\alpha \rightarrow \beta$ si ha la disuguaglianza $|\alpha| \leq |\beta|$ (dove si nota con $|\alpha|$ la lunghezza della parola α).
- $\mathcal{L}(CF)$ classe dei linguaggi *context free*. Sono quelli generabili con le grammatiche *context free*, vale a dire le grammatiche dove per ogni produzione $\alpha \rightarrow \beta$, $|\alpha| = 1$ e $|\beta| \geq 1$ ($|\alpha| = 1 \leftrightarrow \alpha \in V$).
- $\mathcal{L}(RG)$ classe dei linguaggi regolari. Sono quelli generabili con le grammatiche in cui tutte le produzioni sono della forma $A \rightarrow aB$ o $A \rightarrow a$ dove $A, B \in V_N$ e $a \in V_T$. Essi sono anche precisamente quelli accettati dagli automi finiti.

Torniamo dopo questo breve richiamo agli *L*-sistemi. I più semplici di essi sono i sistemi *context free* che riproducono modelli di sistemi concreti l'evoluzione dei quali è non-contestuale, lo stato di una cellula non dipendendo che dalla propria storia e non dagli stati delle cellule vicine (sviluppo a mosaico). Vengono chiamati *OL*-sistemi.

DEFINIZIONE. Un *OL*-sistema è una terna $\langle \Sigma, P, \omega \rangle$ dove P è un sistema completo di produzioni tutte del tipo $a \rightarrow \alpha$ con $a \in \Sigma$.

Se non vi sono in P delle regole di cancellazione $a \rightarrow \lambda$ (λ parola vuota), il sistema viene detto *propagativo*. Se per ogni a di Σ non esiste in P che un solo prodotto $a \rightarrow \alpha$ di origine a , il sistema viene detto *determinista*.

La classe $\mathcal{L}(OL)$ di questi linguaggi di base che sono gli *OL*-linguaggi (linguaggi generati dagli *OL*-sistemi) è assai «limitata». Si può in effetti provare il seguente

TEOREMA. Il problema dell'appartenenza, per la classe degli *OL*-sistemi, è decidibile.

Questo significa che esiste una procedura effettiva, un algoritmo, che permette, dato un *OL*-sistema $G = \langle \Sigma, P, \omega \rangle$ ed una sequenza qualunque $\alpha \in \Sigma^*$, di decidere se $\alpha \in L(G)$ oppure $\alpha \notin L(G)$.

Ma questa classe $\mathcal{L}(OL)$ non è tuttavia troppo ristretta, così come mostra il

TEOREMA. Il problema dell'equivalenza è indecidibile per la classe degli *OL*-sistemi.

Questo significa che non esiste alcuna procedura effettiva che permetta, dati due *OL*-sistemi qualunque G e H , di decidere se, sì o no, sono tra loro equivalenti, cioè se, sì o no, $L(G) = L(H)$. Quest'ultimo risultato è immediata conseguenza dell'ind decidibilità del problema di Post: se Σ è un alfabeto com-

posto di almeno due lettere, non esiste alcun algoritmo che permetta di decidere, date due sequenze di Σ^* , se, sì o no, queste due sequenze possiedono una sottosequenza non vuota comune.

Siccome gli *OL*-sistemi sono gli *L*-sistemi *context free*, viene naturale chiedersi quali rapporti essi abbiano con i linguaggi *context free* della gerarchia chomskiana. Si può a questo proposito mostrare come le classi $\mathcal{F}(OL)$ e $\mathcal{F}(CF)$ sono *non-comparabili*. Ciò significa che, benché non disgiunte, non esistono rapporti di inclusione fra queste classi.

Non esistono nemmeno sottoclassi naturali comuni alle classi $\mathcal{L}(OL)$ ed $\mathcal{L}(CF)$. Si riesce in effetti a dimostrare che né la classe $\mathcal{L}(RG)$ dei linguaggi regolari, né la classe $\mathcal{L}(F)$ dei linguaggi finiti sono incluse nella classe $\mathcal{L}(OL)$ degli *OL*-linguaggi. È tuttavia possibile dimostrare il seguente notevole risultato. Dato un *OL*-sistema $G = \langle \Sigma, P, \omega \rangle$, si può far sì che certe sequenze derivate in G dall'assioma ω siano *stazionarie*, cioè non possano derivare che se stesse in G . Chiamiamo allora *linguaggio adulto* di G l'insieme di queste sequenze stazionarie. Non esiste alcuna ragione a priori secondo cui il linguaggio adulto di un *OL*-sistema sia un *OL*-linguaggio.

TEOREMA (Walker). *La classe dei linguaggi adulti degli OL-sistemi è esattamente quella dei linguaggi context free.*

Questo risultato chiarisce in modo eccellente il rapporto che intercorre tra le capacità generative, rispettivamente, dei sistemi sequenziali e dei sistemi paralleli.

La prima conseguente generalizzazione degli *OL*-sistemi è quella detta delle *estensioni* degli *OL*-sistemi, abbreviata in *EOL*-sistemi.

DEFINIZIONE. *Un EOL-sistema è una quaterna $G = \langle \Sigma, P, \omega, \Delta \rangle$ dove $\bar{G} = \langle \Sigma, P, \omega \rangle$ è un OL-sistema e dove $\Delta \subset \Sigma$ è un sottoalfabeto di Σ . Il linguaggio $L(G)$ di un EOL-sistema è per definizione il sottoinsieme di Δ^* , $L(G) = L(\bar{G}) \cap \Delta^*$.*

L'interesse di questi *EOL*-sistemi è così sottolineato da Herman e Rozenberg: «Esistono numerose ragioni per studiare la famiglia degli *EOL*-linguaggi.

«I) L'estensione di una famiglia di linguaggi $\mathcal{F}$ ottenuta considerando tutti i linguaggi che possono essere ottenuti prendendo un elemento di $\mathcal{F}$ ed intersecandolo con Σ^* , per un certo alfabeto Σ , è un processo standard nella teoria del linguaggio formale. Tutte e quattro le famiglie nella gerarchia di Chomsky sono definite in questo modo.

«II) Lo studio della famiglia degli *EOL*-linguaggi isola gli effetti del parallelismo nelle derivazioni. Mentre gli *OL*-sistemi differiscono dalle grammatiche *CF*, sia perché non hanno "terminali" sia perché sono derivati in maniera parallela, gli *EOL*-sistemi differiscono dalle grammatiche *CF* solo a causa del parallelismo nelle derivazioni.

«III) Sebbene l'uso di simboli ausiliari appaia ingiustificabile dal punto di vista biologico, risulta che le capacità addizionali, ottenute in questo modo, sono atte a tener conto di situazioni che si originano spesso nell'effettiva modellizzazione biologica.

«iv) La famiglia degli *EOL*-linguaggi coincide esattamente con quei linguaggi che possono essere descritti con sistemi ricorrenti.

«v) La famiglia degli *EOL*-linguaggi costituisce una estensione naturale della famiglia dei linguaggi *context free* in due modi distinti» [1975, p. 98].

Nota. I sistemi detti *ricorrenti* (si veda il punto iv sopra citato) sono stati introdotti allo scopo di modellizzare la situazione molto frequente per cui un organismo si sviluppa seguendo delle regole di ricorrenza definite su alcune sue componenti. «Strutture prodotte tramite concatenazioni ripetute di stati precedenti sono conosciute in biologia come *strutture composite*, proprio come foglie composite costituite da foglioline, infiorescenze costituite da fiori, ecc. Il ricorrere, ripetuto e sovrapposto, di componenti sempre più grandi in tali strutture è dovuto ai simboli che si ripetono ciclicamente nelle derivazioni. La significatività sul piano biologico di queste specie di modelli sta nel riconoscere che le strutture composite possono essere il risultato di cicli semplici di stati cellulari... I sistemi ricorrenti sono insiemi di formule che determinano (attraverso regole di concatenazione) tutte le stringhe di una *OL*-successione data. Un sistema localmente concatenato è un sistema ricorrente con un'unica formula. Ogni *OL*-sistema, così come ogni *EOL*-sistema, ha la proprietà di ricorrenza. Queste caratteristiche delle strutture che si sviluppano senza interazioni sono più difficili da riconoscere in natura e, per quanto ne so, non hanno ancora un nome in biologia. Il che non significa che non possano in futuro essere utili per caratterizzare un'importante classe di processi di sviluppo, quelli cioè nei quali vi sono cicli interconnessi di stati cellulari» [Lindenmayer 1974]. Il fatto che la classe degli *EOL*-linguaggi coincida con quella dei linguaggi ricorrenti assume notevole interesse per la seguente ragione. «Esso mostra l'equivalenza di due differenti meccanismi per la definizione del linguaggio. Una derivazione in un *EOL*-sistema è solo un'applicazione ripetuta della stessa sostituzione finita. In altre parole, gli insiemi che si sostituiscono rimangono gli stessi, ma le stringhe nelle quali si opera la sostituzione variano di volta in volta. Esiste una situazione duale in un sistema ricorrente. In esso le stringhe in cui si opera la sostituzione rimangono le stesse (sono queste le formule di ricorrenza), ma gli insiemi che si sostituiscono variano da uno stadio all'altro. [Il teorema di equivalenza] enuncia che di fatto questi due approcci sono equivalenti fintantoché si considera il loro potere generativo» [Herman e Rozenberg 1975, p. 183].

Torniamo ora alla classe $\mathcal{L}(EOL)$ degli *EOL*-linguaggi. Essa è strettamente più grande della $\mathcal{L}(OL)$ degli *OL*-linguaggi. Si può far vedere in effetti che ogni linguaggio finito è un *EOL*-linguaggio, mentre abbiamo già notato che esistono linguaggi finiti che non sono *OL*-linguaggi. Per quanto concerne i risultati relativi alla decidibilità dei problemi di appartenenza e di equivalenza, essi sono identici a quelli già evidenziati riguardo agli *OL*-sistemi. Ciò mostra che la classe $\mathcal{L}(EOL)$ è ancora abbastanza ristretta. Si può però dimostrare il seguente risultato:

TEOREMA. $\mathcal{L}(CF) \subsetneq \mathcal{L}(EOL)$. La classe dei linguaggi context free è strettamente inclusa in quella degli EOL-linguaggi.

Questa inclusione stretta misura la differenza di capacità generativa che intercorre tra processi sequenziali e processi paralleli e mostra che la capacità generativa dei processi paralleli è strettamente superiore. Tuttavia:

TEOREMA. $\mathcal{L}(EOL) \subsetneq \mathcal{L}(CS)$. La classe degli EOL-linguaggi è strettamente inclusa nella classe dei linguaggi contestuali.

Questo rimarchevole risultato mostra che l'eccedenza di capacità generativa dei processi paralleli *context free* può venire «riassorbita» in quella dei processi sequenziali *alla condizione di introdurre produzioni contestuali*. Ciò esprime il fatto che la contrapposizione *context free* / *context sensitive* è meno banale di quanto si possa supporre.

Una seconda generalizzazione degli OL-sistemi è quella detta degli OL-sistemi con tavole, abbreviata in TOL-sistemi. Essi sono stati introdotti per poter tenere in conto l'azione dell'ambiente sugli organismi. «È notorio che il comportamento di numerosi organismi in rapporto allo sviluppo dipende dalle condizioni ambientali (come buio, luce, caldo, freddo, ecc.). Per descrivere lo sviluppo di un organismo siffatto è necessario considerare diversi insiemi di regole di sviluppo, corrispondenti alle diverse condizioni ambientali, alla condizione che a ogni istante uno solo di questi insiemi venga preso in considerazione» [Herman e Rozenberg 1975, p. 112].

DEFINIZIONE. Un TOL-sistema è una terna $G = \langle \Sigma, \mathcal{P}, \omega \rangle$ dove $\mathcal{P}$ è un insieme finito di tavole tali che, per ogni tavola $P \in \mathcal{P}$, $G_P = \langle \Sigma, P, \omega \rangle$ sia un OL-sistema. In un TOL-sistema le derivazioni si effettuano scegliendo ad ogni tappa una delle tavole e utilizzando soltanto le produzioni di questa tavola. I TOL-sistemi sono dunque OL-sistemi muniti di un sistema di controllo delle produzioni.

Riguardo a questi sistemi si può dimostrare il seguente

TEOREMA.

- i) $\mathcal{L}(OL) \subsetneq \mathcal{L}(TOL) \subsetneq \mathcal{L}(CS)$.
- ii) $\mathcal{L}(TOL)$ e $\mathcal{L}(EOL)$ sono non-comparabili (ma evidentemente non disgiunti).
- iii) $\mathcal{L}(TOL)$ ed $\mathcal{L}(CF)$ sono non-comparabili (ma evidentemente non disgiunti).

Questo teorema mostra che i TOL-sistemi costituiscono un'altra generalizzazione degli OL-sistemi, come gli EOL-sistemi.

Una terza generalizzazione, infine, degli OL-sistemi tiene conto della situazione seguente. Per descrivere lo sviluppo di un organismo con un L-sistema, spesso è necessario introdurre più stati cellulari di quanti sia possibile osservarne. Le sequenze generate dall'L-sistema scelto come modello costituiscono quindi una codificazione del linguaggio «reale» dell'organismo modellizzato. Per codificazione intendiamo qui un'applicazione $h: \Sigma \rightarrow \Delta$ di un alfabeto in

un altro, applicazione estesa per concatenazione ad un'applicazione del monoide Σ^* nel monoide Δ^* . Da ciò:

DEFINIZIONE. Un *OL-sistema con codificazione*, o *COL-sistema*, è una cinquina $G = \langle \Sigma, P, \omega, \Delta, h \rangle$ ove $\tilde{G} = \langle \Sigma, P, \omega \rangle$ è un *OL-sistema* e $h: \Sigma \rightarrow \Delta$ una codificazione. Il linguaggio di G è per definizione il sottoinsieme di Δ^* $L(G) = h(L(\tilde{G}))$.

Ma i *COL-sistemi* non costituiscono una nuova generalizzazione degli *OL-sistemi*. Si può infatti dimostrare che la classe $\mathcal{L}(\text{COL})$ dei *COL-linguaggi* coincide con la classe $\mathcal{L}(\text{EOL})$ degli *EOL-linguaggi*. Ma gli *OL-linguaggi* con codificazione non ne divengono certo meno interessanti poiché forniscono una descrizione alternativa dell'eccedenza della capacità generativa ottenibile con l'introduzione di un vocabolario terminale.

In tal modo, la classe più generale degli *L-sistemi context free* o *L-sistemi* senza interazioni è composta da estensioni di *OL-sistemi* con tavole, abbreviando *ETOL-sistemi*. La classe $\mathcal{L}(\text{ETOL})$ (che contiene evidentemente come sottoclassi le classi non comparabili $\mathcal{L}(\text{EOL})$ e $\mathcal{L}(\text{TOL})$) risulta assai ristretta dal momento che si può dimostrare che il problema dell'appartenenza resta decidibile. Ma essa è tuttavia abbastanza vasta per essere chiusa nei confronti di operazioni standard definibili sulle famiglie di linguaggi (operazioni di unione, di prodotto, di chiusura di Kleene, di omomorfismo, di intersezione con un linguaggio regolare e di sostituzioni iterate). Si può anche far vedere che la classe $\mathcal{L}(\text{ETOL})$ degli *ETOL-linguaggi* è la più piccola famiglia di linguaggi contenente i linguaggi finiti e che possiede tutte le proprietà di chiusura (la classe degli *OL-linguaggi* non possedendone alcuna). Di fatto la classe $\mathcal{L}(\text{ETOL})$ degli *ETOL-linguaggi* coincide [Downey 1974] con quella dei linguaggi definibili in modo ricorsivo. Tale risultato ha un particolare interesse per i problemi concernenti la teoria dell'informazione. È infatti noto che la classe dei linguaggi di tipo Algol definiti ricorsivamente coincide con quella dei linguaggi *context free*. Ma questa classe si rivela troppo limitata per includere il linguaggio di tutti i programmi sintatticamente corretti del linguaggio di programmazione Algol 60. Per contro la classe degli *ETOL-linguaggi* possiede questa capacità; ed è altresì in questo senso che gli *ETOL-linguaggi* generalizzano i linguaggi *context free* [Herman 1973].

Passiamo adesso agli *L-sistemi contestuali*, detti anche *L-sistemi con interazioni*, abbreviato in *IL-sistemi*. È attraverso di essi che abbiamo iniziato questa sezione definendo gli $\langle 1, 1 \rangle$ -sistemi. Con una banale generalizzazione, si potranno definire i $\langle k, l \rangle$ -sistemi, k ed l essendo due interi positivi o nulli. In un $\langle k, l \rangle$ -sistema la trasformazione di stato di una cellula dipende dagli stati delle k cellule vicine a sinistra e delle l cellule vicine di destra.

Si definisce così una nuova classe di linguaggi, la classe $\mathcal{L}(\text{IL})$ degli *IL-linguaggi* generabili con gli *IL-sistemi*. Questa classe che è dunque quella degli *L-linguaggi context sensitive* è strettamente più «complessa» di quella degli *L-linguaggi context free* dal momento che si può dimostrare a questo proposito il

TEOREMA. *Il problema dell'appartenenza è indecidibile per la classe degli IL-sistemi.*

Le diverse classi $\mathcal{L}(\langle k, l \rangle)$ dei $\langle k, l \rangle$ -linguaggi instaurano fra loro, al variare di k e di l , un certo numero di rapporti gerarchici nei quali le differenze sono costituite non tanto dalla distribuzione sinistra/destra del contesto quanto dal suo valore globale. Un tipico risultato a questo proposito è il

TEOREMA. *Per ogni $k \geq 1$ e ogni $l \geq 1$ si ha: $\mathcal{L}(\langle k, l \rangle) = \mathcal{L}(\langle 1, k+l-1 \rangle) = \mathcal{L}(\langle k+l-1, 1 \rangle)$.*

Per quanto riguarda il rapporto che gli IL-linguaggi hanno con la gerarchia chomskyana, ritroviamo la contrapposizione tra processi paralleli e processi sequenziali. Si può infatti far vedere che la classe $\mathcal{L}(IL)$ degli IL-linguaggi e quella $\mathcal{L}(CS)$ dei linguaggi *context sensitive* non sono comparabili. In particolare, l'eccedenza di capacità generativa degli L-sistemi *context free* ottenuta per generalizzazione degli OL-sistemi non è riassorbibile attraverso l'introduzione di produzioni contestuali *se ci si limita a processi paralleli privi di alfabeto terminale*. Le classi $\mathcal{L}(IL)$ ed $\mathcal{L}(ETOL)$ sono infatti anch'esse disgiunte.

Si può essere più precisi:

TEOREMA (Walker).

- 1) *La classe $A(\langle 1, 1 \rangle P)$ dei linguaggi adulti degli $\langle 1, 1 \rangle$ -sistemi propagativi coincide con quella dei linguaggi *context sensitive* non contenendo la parola vuota.*
- II) *La classe $A(\langle 1, 1 \rangle)$ dei linguaggi adulti degli $\langle 1, 1 \rangle$ -sistemi coincide con quella $\mathcal{L}(RE)$ dei linguaggi ricorsivamente numerabili.*

Richiamandoci al fatto che la classe $A(OL)$ dei linguaggi adulti degli OL-sistemi coincide con quella dei linguaggi *context free*, notiamo che il teorema di Walker fornisce una nuova caratterizzazione, attraverso grammatiche totalmente parallele, delle tre fondamentali famiglie della gerarchia chomskyana. Questo notevole risultato permette l'applicazione della teoria esistente dei linguaggi formali alla realizzazione di modelli biologici.

Si definiscono allora facilmente le *estensioni* di IL-sistemi (abbreviando EIL-sistemi):

DEFINIZIONE. *Un EIL-sistema è una quintupla $G = \langle \Sigma, P, g, \omega, \Delta \rangle$ dove $\bar{G} = \langle \Sigma, P, g, \omega \rangle$ è un IL-sistema e $\Delta \subset \Sigma$ un sottoalfabeto di Σ . Il linguaggio generato da G è per definizione il sottoinsieme di Δ^* , $L(G) = L(\bar{G}) \cap \Delta^*$.*

TEOREMA. *La classe $\mathcal{L}(EIL)$ degli EIL-linguaggi coincide con la classe $\mathcal{L}(RE)$ dei linguaggi ricorsivamente numerabili.*

Gli EIL-linguaggi non sono quindi altro che i linguaggi accettati da una macchina di Turing o anche generabili da una grammatica. Si ottiene in definitiva la gerarchia di linguaggi presentata nella figura 18.

Dopo questa (troppo) rapida panoramica sulle principali definizioni, diamo qualche esempio. E per prima cosa un esempio di OL-sistema. «L'utilità degli

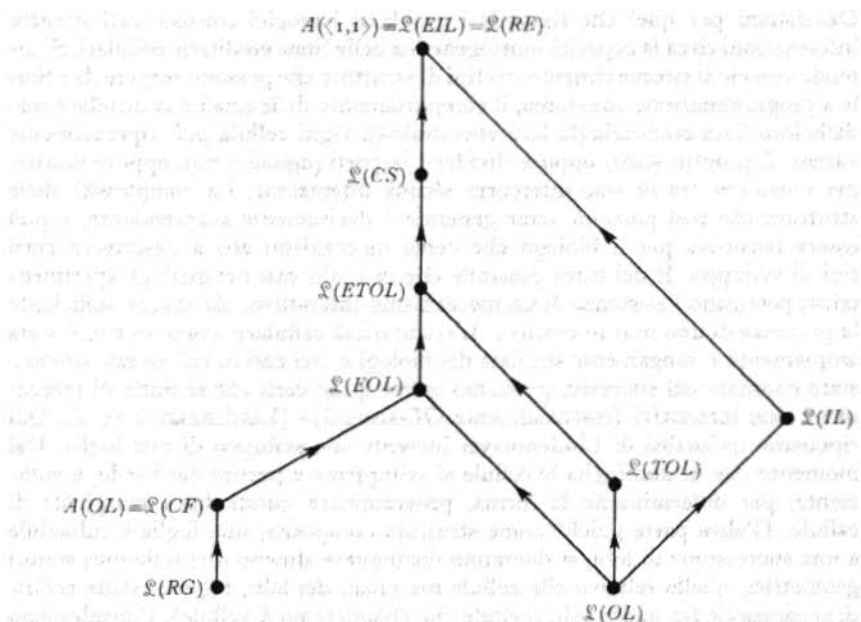


Figura 18.

Rete delle principali classi di linguaggi. Le frecce rappresentano l'inclusione stretta e l'assenza di frecce la non-comparabilità.

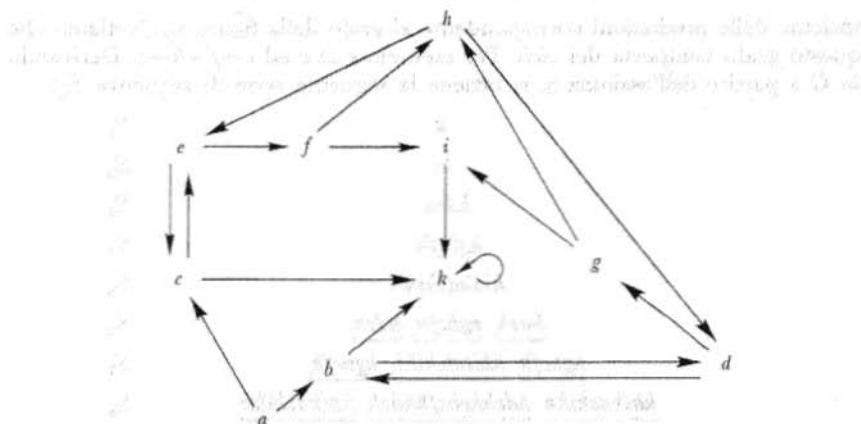


Figura 19.

Grafo di produzioni con cicli, comportante solo bipartizioni.

OL-sistemi per quel che riguarda i problemi biologici consiste nell'ottenere informazioni circa la capacità morfogenetica delle linee ereditarie cellulari. Si intende con ciò il riconoscimento dei tipi di strutture che possono sorgere da cellule a programmazione autonoma, il comportamento delle quali è controllato solo dalla loro linea ereditaria (la loro ancestralità). Ogni cellula può ripetutamente variare il proprio stato, oppure dividersi in parti (uguali o no), oppure morire, ma senza che fra di esse intercorra alcuna interazione. La complessità delle strutture che così possono venir generate è decisamente sorprendente, e può essere istruttiva per il biologo che cerca meccanismi atti a descrivere certi tipi di sviluppo. È del tutto possibile che in molti casi nei quali gli sperimentalisti postulano l'esistenza di un meccanismo interattivo, sia invece sufficiente la presenza di uno non interattivo. L'ereditarietà cellulare, come ovvio, è stata ampiamente e lungamente studiata dai biologi e, nei casi in cui un tale sforzo è stato coronato dal successo, possiamo essere quasi certi che si tratta di meccanismi non interattivi (essenzialmente *OL*-sistemi)» [Lindenmayer 1974]. Qui ripetiamo un'analisi di Lindenmayer inerente allo sviluppo di una foglia. Dal momento che in una foglia le cellule si sviluppano a partire dal bordo, è sufficiente, per determinarne la forma, programmare questa linea marginale di cellule. D'altra parte poiché come struttura composita, una foglia è riducibile a una successione di lobi, si dovranno distinguere almeno due differenti statuti geometrici, quello relativo alle cellule marginali dei lobi, e quello delle cellule di separazione fra questi lobi (cellule che chiameremo *k*-cellule). Consideriamo quindi l'*OL*-sistema determinista $G = \langle \Sigma, P, \omega \rangle$ in cui

$$\Sigma = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, k\}$$

$$\omega = a$$

$$P = \{a \rightarrow bc, b \rightarrow kd, c \rightarrow ek, d \rightarrow gb, e \rightarrow cf, \\ f \rightarrow ih, g \rightarrow hi, h \rightarrow de, i \rightarrow k, k \rightarrow k\}$$

insieme delle produzioni corrispondente al grafo della figura 19. Notiamo che questo grafo comporta dei cicli. Per esempio $e \rightarrow f \rightarrow h \rightarrow e$. Derivando in G a partire dall'assioma a , si ottiene la seguente serie di sequenze S_n :

a	S_1
bc	S_2
$kdek$	S_3
$kgbcfk$	S_4
$khikdekih$	S_5
$\underline{kdek} \quad \underline{kgbcfk} \quad \underline{kdek}$	S_6
$\underline{kgbcfk} \quad \underline{khikdekih} \quad \underline{kgbcfk}$	S_7
$\underline{khikdekih} \quad \underline{kdekkgbcfkkdek} \quad \underline{khikdekih}$	S_8
$\underline{kdekkgbcfkkdek} \quad \underline{kgbcfk khikdekih kgbcfk} \quad \underline{kdekkgbcfkkdek}$	S_9

ecc.

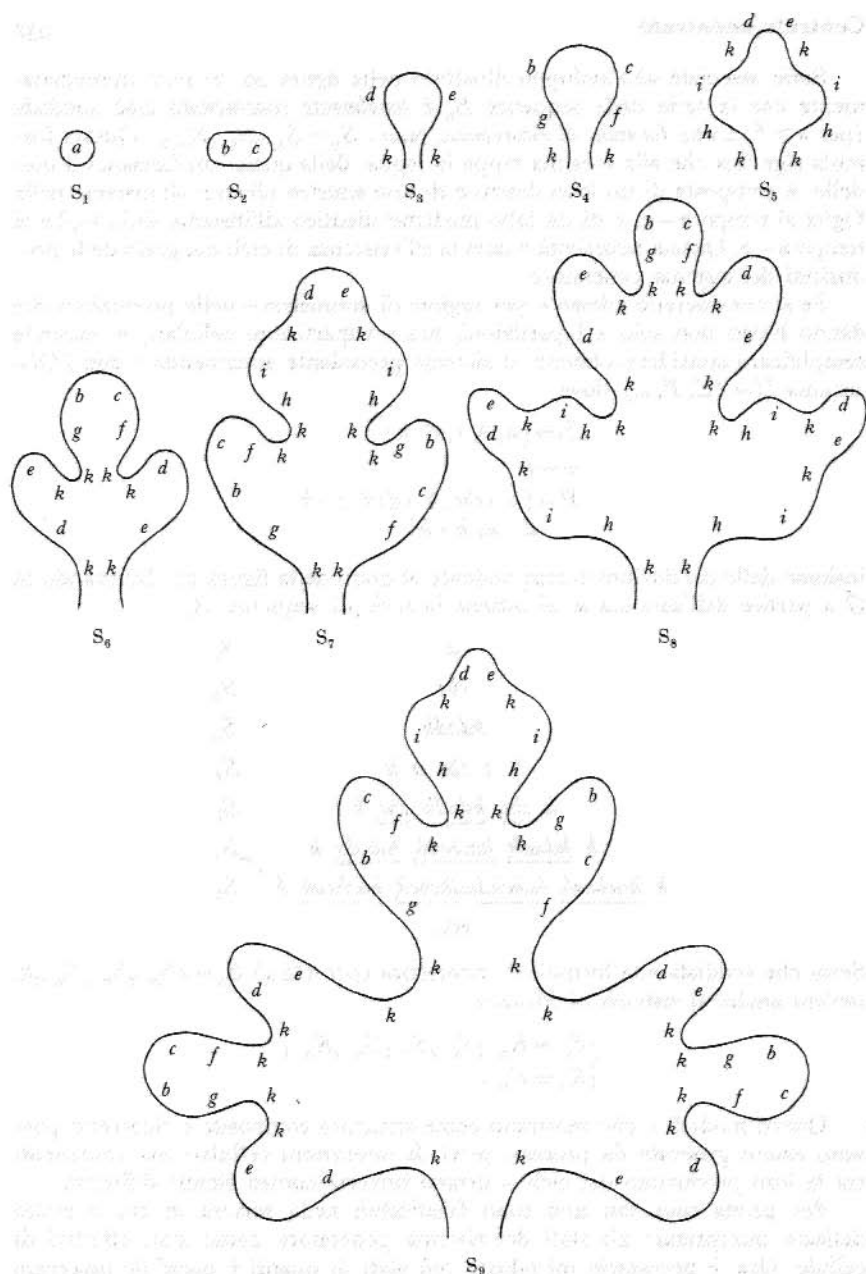


Figura 20.

Sviluppo programmato con l'OL-sistema G.

Serie associata allo sviluppo illustrato nella figura 20. Si nota immediatamente che la serie delle sequenze S_n è *localmente concatenata* cioè soddisfatta (per $n \geq 6$) a una *formula di ricorrenza*, ossia: $S_n = S_{n-3}S_{n-2}S_{n-3}$. Questa formula significa che alla n -esima tappa la foglia, della quale qui facciamo il modello, è composta di un lobo destro e di uno sinistro identici all'insieme della foglia al tempo $n-3$, e di un lobo mediano identico all'insieme della foglia al tempo $n-2$. Questa ricorsività è dovuta all'esistenza di cicli nel grafo delle produzioni del sistema generatore.

Se si considerano adesso - per ragioni di simmetria - delle produzioni che danno luogo non solo a bipartizioni, ma a tripartizioni cellulari, è possibile semplificare considerevolmente il sistema precedente sostituendolo con l'OL-sistema $H = \langle \Sigma, P, \omega \rangle$ dove

$$\Sigma = \{a, b, c, d, k\}$$

$$\omega = a$$

$$P = \{a \rightarrow cbc, b \rightarrow dad, c \rightarrow k, \\ d \rightarrow a, k \rightarrow k\}$$

insieme delle produzioni corrispondente al grafo della figura 21. Derivando in G a partire dall'assioma a , si ottiene la serie di sequenze S_n :

a	S_1
cbc	S_2
$kdadk$	S_3
$k a cbc a k$	S_4
$k \underline{cbc} \underline{kdadk} \underline{cbc} k$	S_5
$k \underline{kdadk} \underline{kacbcak} \underline{kdadk} k$	S_6
$k \underline{kacbcak} \underline{kcbckdadkcbck} \underline{kacbcak} k$	S_7
ecc.	

Serie che soddisfa alla formula di ricorrenza (per $n \geq 4$) $S_n = kS_{n-3}S_{n-2}S_{n-3}k$, ovvero anche al sistema di formule

$$\begin{cases} S_n = K_{n-1}S_{n-3}S_{n-2}S_{n-3}K_{n-1} \\ K_n = K_{n-1} \end{cases}$$

Questi modelli - che mostrano come strutture composite e ricorrenti possano essere generate da processi privi di interazioni cellulari ma contenenti tra le loro produzioni dei cicli - urtano tuttavia contro alcune difficoltà.

Per prima cosa essi non sono falsificabili nella misura in cui è molto delicato interpretare gli stati del sistema generatore come stati effettivi di cellule. Ora, è necessario introdurre più stati di quanti è possibile osservare per poter disporre di cicli nei grafi di produzione. Il sistema reale sarà dunque ottenuto per codificazione a partire dal sistema formale. Se per esempio si

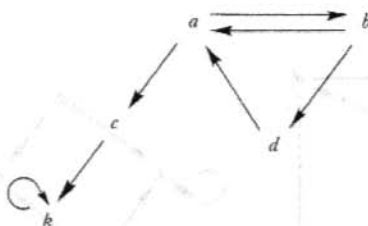


Figura 21.

Grafo di produzioni con tripartizione.

fissa l'attenzione, relativamente alla fenomenologia del processo, solo sulla differenza di statuto geometrico tra le k -cellule e le cellule marginali dei lobi (diciamo l -cellule) allora si considera la seguente codificazione:

$$\begin{aligned} h; \Sigma \rightarrow \Delta = \{l, k\} \\ k \rightarrow k \\ \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\} \rightarrow l. \end{aligned}$$

In secondo luogo esse generano delle serie *infinite* di sequenze. Ora un processo di crescita comporta un momento di arresto, arresto esso stesso programmato. Sarà dunque necessario applicare al sistema un meccanismo di controllo (cfr. oltre).

Infine ci si può chiedere se è naturale interpretare la differenza *puramente geometrica* tra k -cellule ed l -cellule in termini di stati cellulari *interni*.

Ma quali che siano i loro limiti estrinseci od intrinseci, questi modelli hanno il vantaggio di promuovere un nuovo stile di approccio ai problemi di modellizzazione biologica.

Come primo esempio di *TOL-sistema*, continueremo ad operare sullo sviluppo di una struttura composita come quella della foglia supponendo, per variare un po' la questione, che i lobi possano in questo caso ammettere delle punte (stato m). Vedremo come, considerando semplicemente due tavole, si possa raggiungere un controllo della crescita.

In effetti, sia $G = \langle \Sigma, \mathcal{P}, \omega \rangle$ il seguente *TOL-sistema*:

$$\Sigma = \{a, b, c, d, k, j, m\}$$

$$\omega = a$$

$$\mathcal{P} = \{V, F\}, \text{ dove}$$

$$V = \{a \rightarrow k b k, b \rightarrow c d c, c \rightarrow e, d \rightarrow k e k, \\ e \rightarrow j e j, j \rightarrow j, k \rightarrow k, m \rightarrow m\}$$

$$F = \{a \rightarrow k m k, b \rightarrow e, c \rightarrow j, d \rightarrow k m k, \\ e \rightarrow j m j, j \rightarrow j, k \rightarrow k, m \rightarrow m\}$$

insiemi di produzioni di grafi G_V e G_F rispettivamente (fig. 22). La derivazione in G a partire dall'assioma a dà luogo ai seguenti casi:

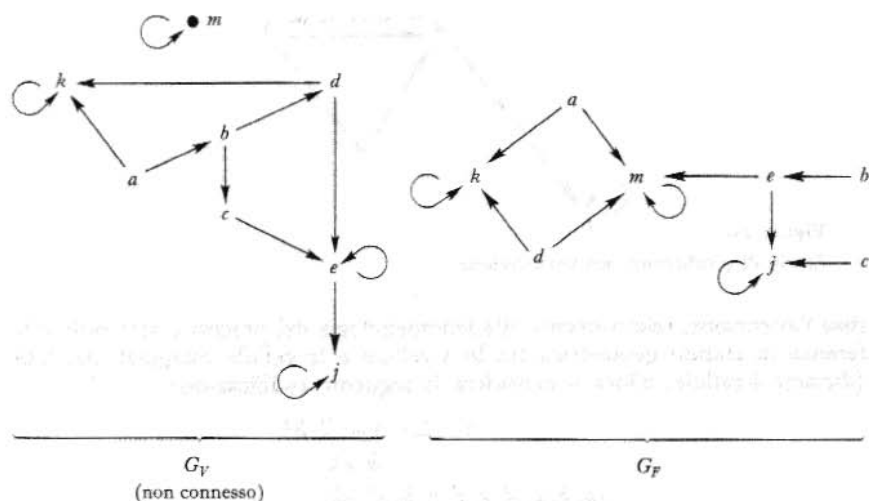


Figura 22.

Grafici di produzioni per un TOL-sistema.

a) Se si incomincia applicando la tavola F , si arriva subito allo stato stazionario kmk .

b) Se si applica una volta sola la tavola V , due applicazioni successive della tavola F conducono a uno stato stazionario

a	
kbk	V
kek	F
$kjmjk$	F

c) Se, dopo la sequenza iniziale VF , si applica più volte la tavola V , una sola applicazione della F conduce ad uno stato stazionario:

$c_1)$	a	
	kbk	V
	kek	F
	$kjejk$	V
	$kjjmjkk$	F

$c_2)$	a	
	kbk	V
	kek	F
	$kjejk$	V
	$kjjjjjk$	V
	$kjjjmjjjk$	F

d) Se si applica successivamente più di due volte la tavola V , una sola applicazione della F conduce ad uno stato stazionario, com'è esemplificato da quanto segue:

$d_1)$

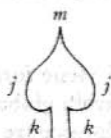
a	
kbk	V
$kcdck$	V
$kjkmjk$	F

$d_2)$

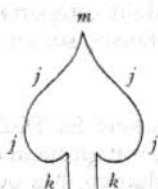
a	
kbk	V
$kcdck$	V
$kekekek$	V
$kjmjkjmjkjmjk$	F



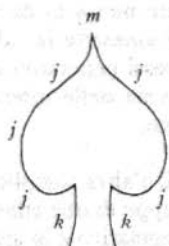
$a)$



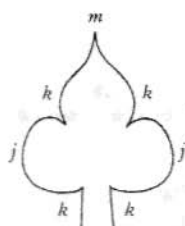
$b)$



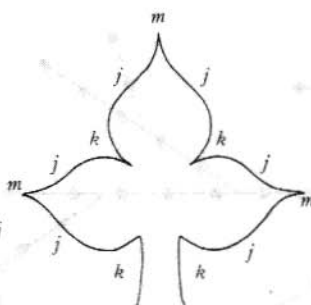
$c_1)$



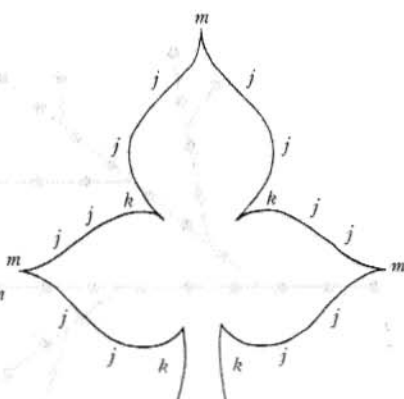
$c_2)$



$d_1)$



$d_2)$



$d_3)$

Figura 23.

Sequenze stazionarie derivabili in G .

$d_3)$	a	
	kbk	V
	$kcdck$	V
	$kekekek$	V
	$kjejkjkej$	V
	$kijmjjkijmjjkijmjjk$	F

Si veda la figura 23.

Il linguaggio adulto del *TOL*-sistema G è costituito dunque dall'insieme $A(G) \subset \Sigma^*$,

$$A(G) = \{kjkmkjk\} \cup \{k^n m j^n k \mid n \geq 0\} \cup \{k j^n m j^n k j^n m j^n k \mid n \geq 1\}.$$

Nota. Questo linguaggio non può essere quello adulto di un *OL*-sistema poiché si può dimostrare che non è *context free*. Per contro esso può essere generato non solo da un *TOL*-sistema ma anche da un *IL*-sistema. Ciò fa sì che, se si ammette la validità di tali descrizioni sintattiche, si può concludere che i processi generativi di stati adulti comportanti almeno tre lobi, rendono necessarie sia delle interazioni cellulari, sia un controllo globale da parte dell'ambiente.

Un'altra semplice applicazione dei *TOL*-sistemi viene fornita dal caso dello sviluppo di una efflorescenza, sottoposta ai due controlli globali che sono lo stato vegetativo e lo stato riproduttivo. Ma queste efflorescenze non sono morfologicamente delle strutture lineari. Sono delle strutture ramificate. Tali morfologie sono tuttavia descrivibili nel quadro degli *L*-sistemi a condizione di

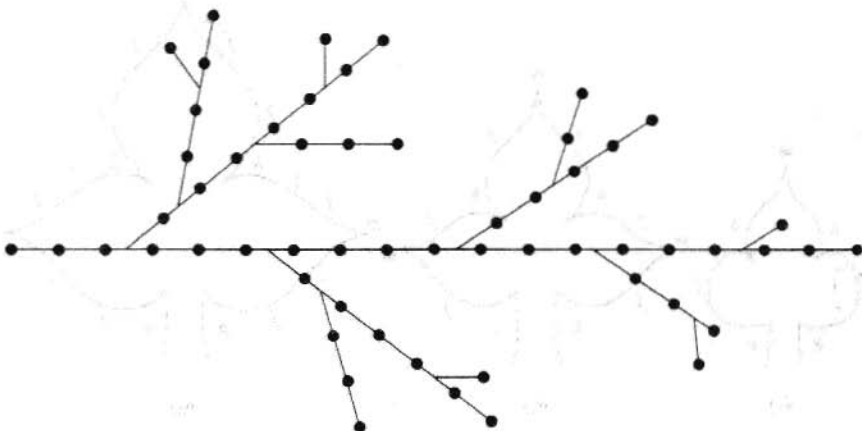


Figura 24.

Efflorescenza prodotta da un *L*-sistema.

esprimere le loro ramificazioni con una struttura *parentetica*, l'inizio di un ramo secondario essendo segnato con una parentesi sinistra e la sua estremità con una parentesi destra. Per esempio la struttura ramificata presentata nella figura 24 sarà codificata dalla sequenza

$$ccc[cc[ccc[c]c]cc[ccc]cc[c]c]ccc[cc[ccc]ccc[c]c] \\ cccc[ccc[cc]cc]ccc[ccc[c]]ccc[c]ccc.$$

dove c è il simbolo per cellula.

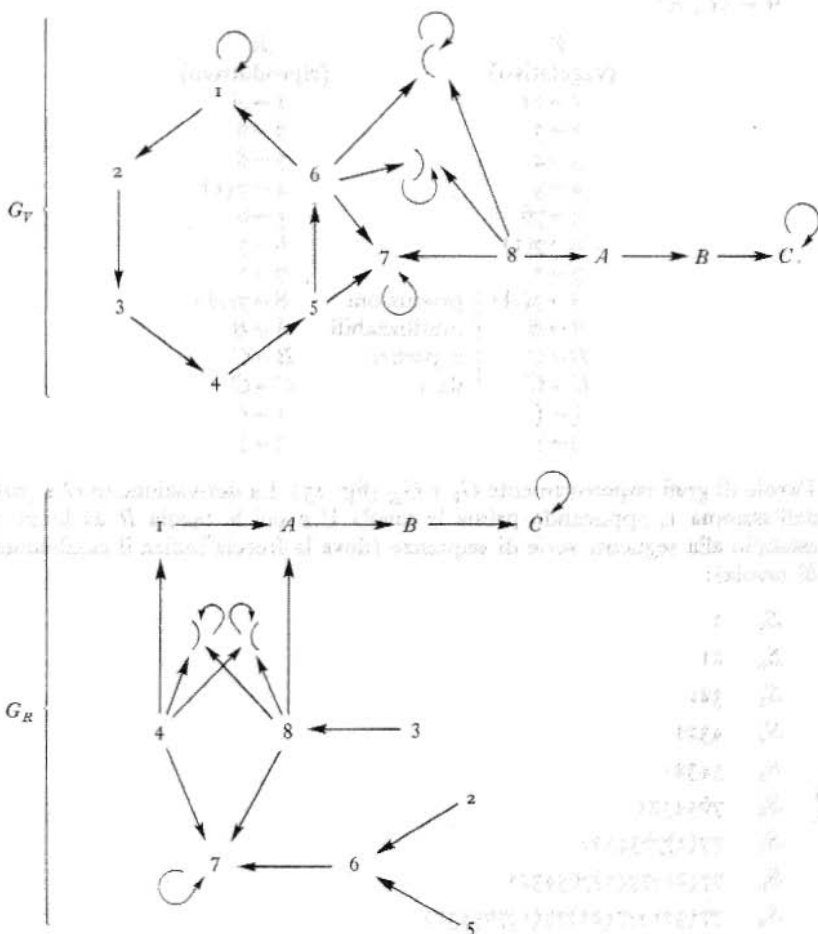


Figura 25.

Grafi di produzioni del TOL-sistema che produce l'arborescenza della figura 26.

Sia allora il TOL-sistema $G = \langle \Sigma, \mathcal{P}, \omega \rangle$ [Herman e Rozenberg 1975, p. 32] dove

$$\Sigma = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (,), A, B, C\}$$

dove 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8 rappresentano degli stati di sequenze cellulari prive di fiori e A, B, C rappresentano le tre principali fasi della fioritura: A , pre-fioritura (bocciolo); B , fioritura (fiore); C , post-fioritura (frutto);

$$\omega = 1$$

$$\mathcal{P} = \{V, R\}$$

V (vegetativo)		R (riproduttivo)
$1 \rightarrow 21$		$1 \rightarrow A$
$2 \rightarrow 3$		$2 \rightarrow 6$
$3 \rightarrow 4$		$3 \rightarrow 8$
$4 \rightarrow 5$		$4 \rightarrow 7(1)$
$5 \rightarrow 76$		$5 \rightarrow 6$
$6 \rightarrow 7(1)$		$6 \rightarrow 7$
$7 \rightarrow 7$		$7 \rightarrow 7$
$8 \rightarrow 7(A)$	$\left. \begin{array}{l} \text{produzioni} \\ \text{inutilizzabili} \\ \text{a partire} \\ \text{da 1} \end{array} \right\}$	$8 \rightarrow 7(A)$
$A \rightarrow B$		$A \rightarrow B$
$B \rightarrow C$		$B \rightarrow C$
$C \rightarrow C$		$C \rightarrow C$
$(\rightarrow ($		$(\rightarrow ($
$) \rightarrow)$		$) \rightarrow)$

Tavole di grafi rispettivamente G_V e G_R (fig. 25). La derivazione in G a partire dall'assioma 1, applicando prima la tavola V e poi la tavola R dà luogo per esempio alla seguente serie di sequenze (dove la freccia indica il cambiamento di tavola):

$$S_1 \quad 1$$

$$S_2 \quad 21$$

$$S_3 \quad 321$$

$$S_4 \quad 4321$$

$$S_5 \quad 54321$$

$$S_6 \quad 7654321$$

$$S_7 \quad 77(1)7654321$$

$$S_8 \quad 77(21)77(1)7654321$$

$$S_9 \quad 77(321)77(21)77(1)7654321$$

$$S_{10} \quad 77(4321)77(321)77(21)77(1)7654321$$

$$S_{11} \quad 77(54321)77(4321)77(321)77(21)77(1)7654321$$

- S_{12} 77(7654321)77(54321)77(4321)77(321)77(21)77(1)7654321
 S_{13} 77(77(1)7654321)77(7654321)77(54321)77(4321)77(321)77(21)77(1)7654321
 S_{14} 77(77(21)77(1)7654321)77(77(1)7654321)77(7654321)77(54321)77(4321)77(321)77(21)77(1)7654321
 S_{15} 77(77(6A)77(A)7767(1)86A)77(77(A)7767(1)86A)77(7767(1)86A)77(67(1)86A)77(7(1)86A)77(86A)77(6A)77(A)7767(1)86A
 S_{16} 77(77(7B)77(B)7777(A)7(A)7B)77(77(B)7777(A)7(A)7B)77(7777(A)7(A)7B)77(77(A)7(A)7B)77(7(A)7(A)7B)77(7(A)7B)77(7B)77(B)7777(A)7(A)7B
 S_{17} 77(77(7C)77(C)7777(B)7(B)7C)77(77(C)7777(B)7(B)7C)77(7777(B)7(B)7C)77(77(B)7(B)7C)77(7(B)7(B)7C)77(7(B)7C)77(7C)77(C)7777(B)7(B)7C
 S_{18} 77(77(7C)77(C)7777(C)7(C)7C)77(77(C)7777(C)7(C)7C)77(7777(C)7(C)7C)77(77(C)7(C)7C)77(7(C)7(C)7C)77(7(C)7C)77(7C)77(C)7777(C)7(C)7C
- stazionaria.

Questo processo ricorrente manifesta una notevole ripetitività morfologica. La sua formula di ricorrenza è $S_n = 77(S_{n-6})S_{n-1}$. Sottolineiamo inoltre che, al momento del cambiamento di tavola, il passaggio dalle istruzioni $5 \rightarrow 76$ e $6 \rightarrow 7(1)$ alle istruzioni $5 \rightarrow 6$ e $6 \rightarrow 7$ induce l'esistenza di zone costituite da tre «cellule» consecutive prive di ramificazioni. Queste zone di transizione sono ben conosciute dai botanici.

La sequenza S_{16} è rappresentata nella figura 26.

Non daremo qui esempi conseguenti relativi all'applicazione degli *IL*-sistemi. Questi sono difatti troppo complicati. Ci limiteremo, per portare a compimento, seppur parzialmente, il nostro discorso, a segnalare che gli *IL*-sistemi permettono di risolvere il Firing Squad Problem (problema fondamentale, lo rammentiamo, di sincronizzazione) per una rete lineare *in sviluppo*. Il lettore ne troverà una esposizione nell'opera di Herman e Rozenberg [1975] già più volte citata. Nella stessa opera si può trovare la soluzione di un altro problema fondamentale detto del French Flag, problema che riflette un fenomeno biologico generale. «In parole povere il problema è creare un meccanismo per cui un filamento di cellule inizialmente identiche si trasformi in una "bandiera francese" (un terzo rosso, un terzo bianco, un terzo blu) e stabilisca questo modello malgrado forti interferenze esterne, quali, ad esempio, la rottura del filamento in due o più parti» [Herman e Rozenberg 1975, p. 313; cfr. anche Herman e Liu 1973, Herman e altri 1974, Wolpert 1968]. La programmazione di questi due processi, descritti con *IL*-sistemi, è stata simulata sul calcolatore utilizzando un programma Fortran (Formula Transla-

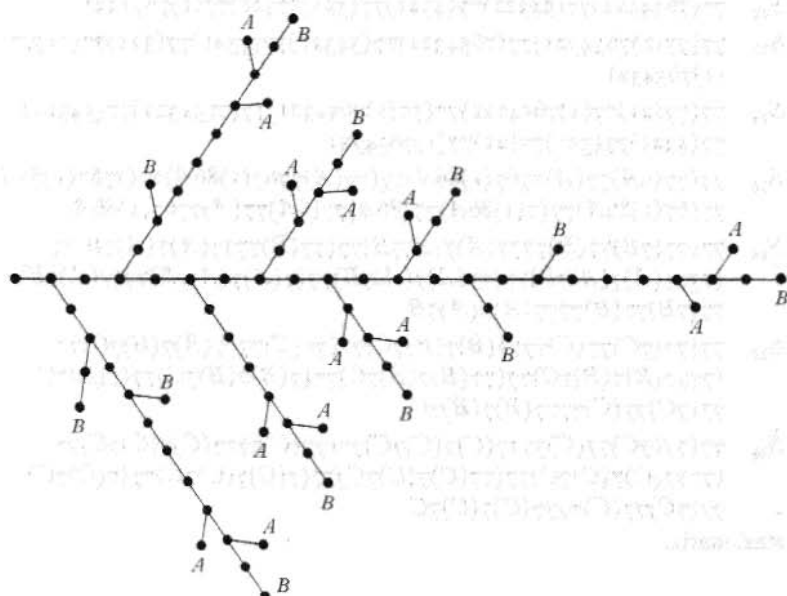


Figura 26.

Arborecenza prodotta dal TOL-sistema della figura 25.

tion) detto Celia, iniziali di Cellular Linear Iterative Array. Il programma Celia ha già permesso di simulare altri processi e di verificare determinate ipotesi; per esempio l'attività ghiandolare che dà luogo ai *patterns* della pigmentazione nelle conchiglie e nei serpenti [Baker e Herman 1972; Herman e Liu 1973], sviluppo delle alghe e formazione di eterociti, regolazione e rigenerazione dell'Idra.

Per concludere, indicheremo come la teoria degli *L*-sistemi possa in certi casi estendersi allo studio di strutture *multidimensionali*.

Un esempio semplice, dovuto a Lindenmayer, riprende una descrizione pionieristica, quella ad opera di Nägeli nel 1845, relativa allo sviluppo delle foglie di *Phuscum cuspidatum*. Nägeli distinse tre tipi di cellule: I) la cellula primaria alla sommità della foglia; II) le cellule secondarie o marginali; III) le cellule terziarie o interne. Egli aveva poi individuato inoltre le produzioni seguenti:

$$\begin{cases} \text{I} \rightarrow \text{I} + \text{II} \\ \text{II} \rightarrow \text{II} + \text{II} \\ \text{II} \rightarrow \text{II} + \text{III} \\ \text{III} \rightarrow \text{III} \end{cases}$$

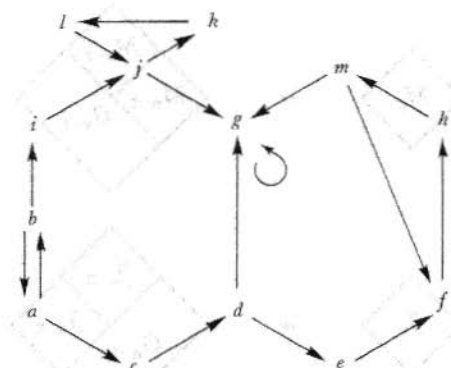


Figura 27.

Grafo di produzioni generanti la sequenza della figura 28.

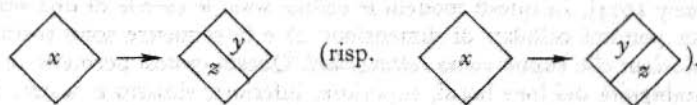
Per meglio esprimere queste produzioni e le proprietà di ricorrenza osservate, Lindenmayer introdusse l'OL-sistema $G = \langle \Sigma, P, \omega \rangle$ in cui

$$\Sigma = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m\}$$

$$\omega = a$$

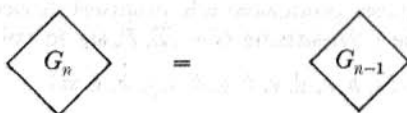
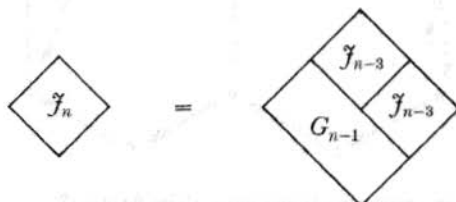
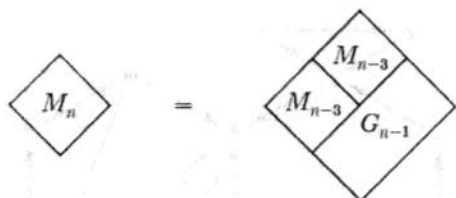
$$P = \{a \rightarrow bLc, b \rightarrow aRi, c \rightarrow d, d \rightarrow eRg, \\ e \rightarrow f, f \rightarrow hLh, g \rightarrow g, h \rightarrow m, i \rightarrow j, \\ j \rightarrow kLg, k \rightarrow lRl, l \rightarrow j, m \rightarrow fRg\}$$

insieme completo di produzioni il grafo delle quali è quello della figura 27. Questi dati sono «geometrici» nella misura in cui si consideri che le lettere di Σ rappresentino dei rettangoli e che le produzioni $x \rightarrow yLz$ (risp. $x \rightarrow yRz$) rappresentino le divisioni



La derivazione in G a partire dall'assioma a dà la serie della figura 28, serie che soddisfa alle formule di ricorrenza:





dove $\diamond A_0 = \diamond a$, $\diamond M_0 = \diamond m$, $\diamond J_0 = \diamond j$ e $\diamond G_0 = \diamond g$.

L'esempio precedente è solo apparentemente bidimensionale, ed è per questo che si forniranno adesso alcuni esempi realmente bidimensionali [cfr. Siromoney 1974]. In questi modelli le cellule sono le caselle di una scacchiera quadrata (automi cellulari di dimensione 2) e le sequenze sono sostituite da configurazioni che supporremo *rettangolari*. Questa ipotesi permette di parlare senza ambiguità dei loro bordi, superiore, inferiore, sinistro e destro. Si consideri un alfabeto Σ ed un assioma o configurazione iniziale ω . Quanto alle produzioni, esse devono essere subito distinte in quattro tipi rispettivamente superiore, inferiore, sinistro e destro (notati U , D , L e R). Una produzione di un dato tipo non può essere applicata che ad un bordo dello stesso tipo di configurazione. Ma affinché una configurazione rimanga rettangolare al momento del suo sviluppo è necessario che le produzioni applicate alle cellule di uno dei suoi bordi ad un dato stadio risultino tutte della stessa lunghezza. Si raggrupperanno quindi le produzioni in tavole che soddisfino a questa condizione. Noteremo queste tavole $U_1, \dots, U_m, D_1, \dots, D_n, L_1, \dots, L_p, R_1, \dots, R_q$ relativamente al loro tipo. Ma in un simile sistema è necessario scegliere ad ogni stadio il bordo che si sottopone alla derivazione.

Per programmare tale scelta ci si darà quello che si chiama un *linguaggio di controllo C*, cioè un linguaggio sull'alfabeto degli U_i, D_j, L_k, R_l . Il linguaggio generato dal sistema sarà allora per definizione l'insieme delle configurazioni derivabili dall'assioma, attraverso l'applicazione di una sequenza di tavole appartenenti al linguaggio di controllo C . Nel caso trattato dai Siromoney, l'alfabeto Σ è un alfabeto a due simboli, $\Sigma = (\cdot, X)$ dove $\cdot$ è lo stato non-segnato

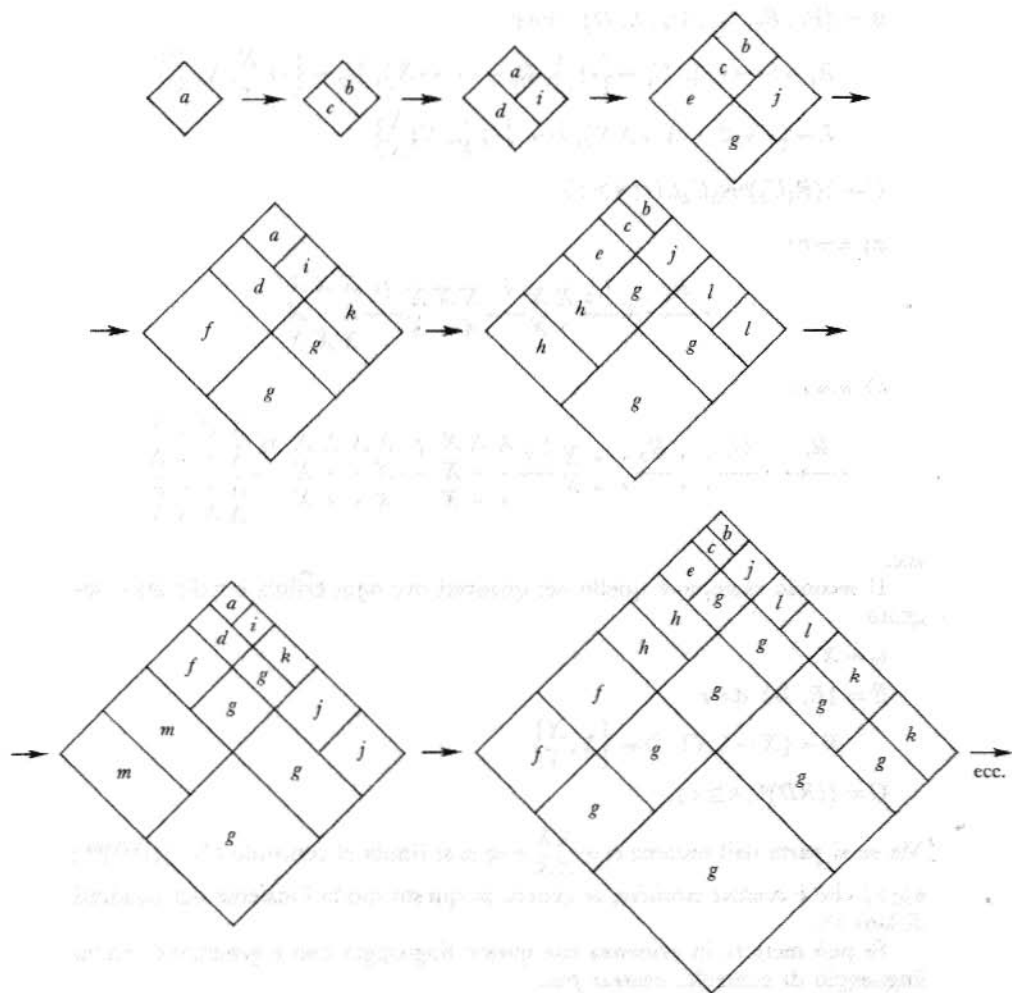


Figura 28.

Sequenza prodotta dall'OL-sistema della figura 27.

e X lo stato segnato. Questi casi forniscono l'analisi di *forme* generabili attraverso processi paralleli.

Il primo esempio è quello dei quadrati nei quali le cellule marginali sono nello stato segnato e le cellule interne nello stato non-segnato. Questo insieme costituisce il linguaggio di un *OL*-sistema in cui il controllo è un linguaggio regolare.

$$G_1 = \bullet$$

$$\mathcal{P} = \{R_1, R_2, U_1, U_2, L, D\}, \text{ dove}$$

$$R_1 = \{\cdot \rightarrow \cdot\cdot\}, U_1 = \left\{\cdot \uparrow \begin{smallmatrix} \cdot \\ \cdot \end{smallmatrix}\right\}, R_2 = \{\cdot \rightarrow \cdot X\}, U_2 = \left\{\cdot \uparrow \begin{smallmatrix} X \\ \cdot \end{smallmatrix}, X \uparrow \begin{smallmatrix} X \\ X \end{smallmatrix}\right\},$$

$$L = \{ \cdot \rightarrow X \cdot, X \rightarrow XX \}, D = \left\{ \cdot \downarrow_X^{\cdot}, X \downarrow_X^X \right\}$$

$$C = \{(R_1 U_1)^n R_2 U_2 L D \mid n \geq 0\}.$$

a) $n = 0$:

$$\begin{array}{ccccccc} \cdot & \xrightarrow{R_2} & \cdot X & \xrightarrow{U_2} & \begin{array}{c} XX \\ \cdot X \end{array} L & \xrightarrow{\quad} & \begin{array}{c} XXX \\ X \cdot X \\ XXX \end{array} D \begin{array}{c} XXX \\ X \cdot X \\ XXX \end{array} \end{array}$$

b) $n = 1$:

$$\begin{array}{ccccccc} \cdot & \xrightarrow{R_1} & \cdot & \xrightarrow{U_1} & \cdot & \xrightarrow{R_2} & \cdot \\ & & & & \cdot & \cdot & X \\ & & & & X & \xrightarrow{U_2} & XXXLXXXD \\ & & & & X & & \cdot \cdot X \cdot \cdot X \\ & & & & & & \cdot \cdot X \quad X \cdot \cdot X \\ & & & & & & XXXX \\ & & & & & & X \cdot \cdot X \\ & & & & & & X \cdot \cdot X \\ & & & & & & XXXX \end{array}$$

ecc.

Il secondo esempio è quello dei quadrati ove ogni cellula è nello stato segnato.

$$\psi = X$$

$$\mathcal{P} = \{R, D\} \text{ dove}$$

$$R = \{X \rightarrow XX\}, D = \left\{X \downarrow \frac{X}{X}\right\}$$

$$C = \{(RD)^n \mid n \geq 1\}.$$

Ma se si parte dall'assioma $\omega = \frac{XX}{XX}$ e se ci si limita al controllo $C = \{(RD)^{2n} | n \geq 1\}$ che è *context sensitive*, si genera in questo modo l'insieme dei quadrati di lato 2^n .

Si può mettere in evidenza che questo linguaggio non è generabile con un linguaggio di controllo *context free*.

Il terzo esempio è quello di una estensione bidimensionale di *IL*-sistemi che permettano di generare delle spirali quadrate. $G = \langle \Sigma, \mathcal{P}, g, \omega, C \rangle$

$$\begin{aligned} & XXX \\ \omega = & X \cdot X \\ & \cdot \cdot X \end{aligned}$$

g simbolo dell'ambiente

$\mathcal{G} = \{R_1, R_2, L_1, L_2, U_1, U_2, D_1, D_2\}$, dove

$$R_1 = \{X \rightarrow X \cdot\}, R_2 = \{\cdot \rightarrow \cdot X\}, L_1 = \{X \rightarrow \cdot X, \cdot \rightarrow \cdot \cdot\}, L_2 = \{\cdot \rightarrow X \cdot\},$$

$$U_1 = \{gX \cdot \uparrow g \frac{X}{X}, \cdot \uparrow \cdot, \cdot XX \uparrow \cdot \frac{X}{X}, XXX \uparrow X \frac{X}{X}, XX \cdot \uparrow X \frac{X}{X}, \cdot Xg \uparrow Xg\}$$

$$U_2 = \{X \uparrow \frac{X}{X}, \cdot \uparrow \frac{X}{X}\},$$

$$D_1 = \{X \downarrow \frac{X}{X}, X \cdot \cdot \downarrow X \frac{X}{X}, \cdot \cdot \cdot \downarrow \cdot \frac{X}{X}, \cdot \cdot X \downarrow \cdot \frac{X}{X}, X \cdot X \downarrow X \frac{X}{X}\},$$

$$D_2 = \{XX \downarrow \frac{X}{X}, X \cdot \downarrow \frac{X}{X}, Xg \downarrow Xg, \cdot \downarrow \cdot\}$$

$C = \{(R_1 R_2 L_1 L_2 U_1 U_2 D_1 D_2)^n \mid n \geq 1\}$ regolare.

Per $n=1$ si ottiene per esempio la derivazione seguente:

$$\begin{array}{ccccccc} XXX & R_1 & XXX & \cdot & R_2 & XXX & \cdot & X & L_1 & \cdot & XXX & \cdot & X & L_2 \\ X \cdot X & \longrightarrow & X \cdot X & \longrightarrow & X \cdot X & \cdot X & \longrightarrow & \cdot X & \cdot X & \cdot X & \longrightarrow & \cdot X & \cdot X & \cdot X \\ \cdot \cdot X & & \cdot \cdot X & & \cdot \cdot X & \cdot X & & \cdot \cdot X & \cdot X & & \cdot \cdot X & \cdot X & & \cdot \cdot X & \cdot X \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} L_2 & X \cdot XXX & \cdot X & U_1 & X \cdot XXX & \cdot X & U_2 & X \cdot XXX & \cdot X & D_1 \\ \longrightarrow & X \cdot X & \cdot X & \cdot X & \longrightarrow & X \cdot X & \cdot X & \cdot X & \longrightarrow & X \cdot X & \cdot X & \cdot X & \longrightarrow & X \cdot X & \cdot X & \cdot X \\ & X \cdot \cdot \cdot X & \cdot X & & X \cdot \cdot \cdot X & \cdot X & & X \cdot \cdot \cdot X & \cdot X & & X \cdot \cdot \cdot X & \cdot X & & X \cdot \cdot \cdot X & \cdot X & & X \cdot \cdot \cdot X & \cdot X \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} D_1 & XXXXXX & X & D_2 & XXXXXX & X & \\ \longrightarrow & X \cdot \cdot \cdot \cdot X & & & X \cdot \cdot \cdot \cdot X & & \\ & X \cdot XXX & \cdot X & & X \cdot XXX & \cdot X & \\ & X \cdot X & \cdot X & \cdot X & & & \\ & X \cdot \cdot \cdot X & \cdot X & & X \cdot \cdot \cdot X & \cdot X & \\ & XXXXXX & \cdot X & & XXXXXX & \cdot X & \\ & & \cdot \cdot \cdot \cdot X & & & \cdot \cdot \cdot \cdot X & \end{array}$$

Questi esempi, che rimangono molto limitati nella misura in cui le tavole sono costruite ad hoc in funzione di un risultato scontato, hanno nondimeno il vantaggio di proporre dei casi semplici di applicazione della nozione importante di linguaggio di controllo.

Ma la vera generalizzazione dei L -sistemi è quella, si può dire, dei GL -sistemi, nei quali l'infrastruttura geometrica non è più una catena lineare, né tantomeno una scacchiera, ma un grafo astratto qualunque. Questi GL -sistemi sono dunque delle reti di automi in sviluppo. Ad ogni tappa del processo, ogni vertice darà origine, seguendo le regole di transizione, a un grafo, questi grafi

connettendosi fra loro in modo compatibile alla struttura globale della rete nella tappa precedente. Risultati in questo senso sono stati ottenuti da Lindenmayer e Culik [1974]. Essi considerano grafi etichettati, orientati, semplici e senza cicli chiusi. L'etichetta di un vertice controlla il sottografo prodotto da quel vertice. Le etichette degli spigoli controllano le connessioni tra questi sottografi. Queste ultime intervengono nei sistemi in cui le cellule sono munite di meccanismi che permettono loro di distinguere fra diversi tipi di interni.

Sia dunque $G = (X, \mathcal{U})$ un grafo, Σ l'alfabeto delle etichette dei vertici e Δ quello relativo agli spigoli. Si ha una partizione $X = \bigcup_{\sigma \in \Sigma} X_\sigma$ dell'insieme X dei vertici ed una partizione $\mathcal{U} = \bigcup_{\delta \in \Delta} U_\delta$ dell'insieme $\mathcal{U}$ degli spigoli. Sia dato in più un vertice g per rappresentare l'ambiente. Gli spigoli di G connessi a g verranno detti esterni, gli altri interni. Chiamiamo g -grafo un grafo di questo genere. Essendo dato un g -grafo e $a \xrightarrow{\delta} b$ uno di questi spigoli interni, a e b sono in grado di generare nella tappa successiva due g -grafi α e β nei quali la connessione deve essere programmata. Come viene operata una tale programmazione? Essa poggia sulla nozione di *stencil* definita da Lindenmayer e Culik. Uno *stencil* γ è semplicemente un g -grafo bipartito, vale a dire un g -grafo in cui ogni vertice è segnato con un simbolo s (*source* 'sorgente') o

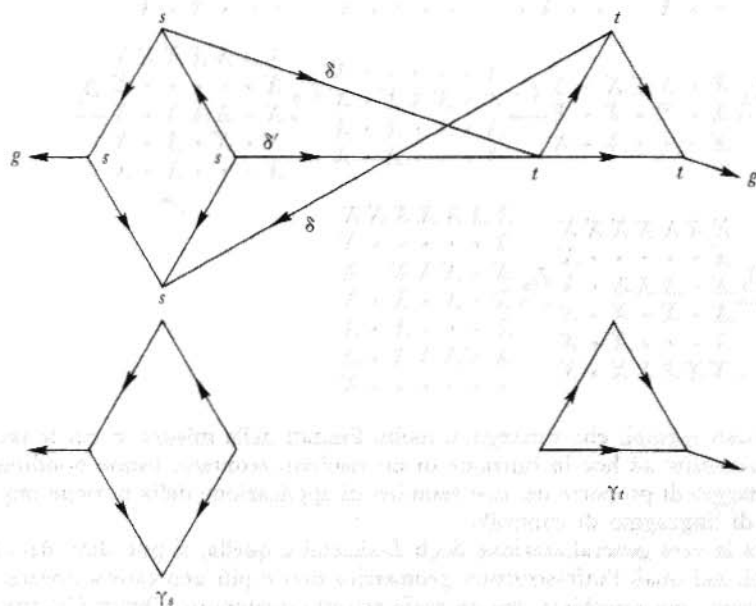


Figura 29. Uno stencil γ e i suoi grafi sorgente e bersaglio γ_s e γ_t .

con un simbolo t (*target* 'bersaglio'). Questi contrassegni bipartiscono l'insieme dei vertici di γ e permettono di definire il grafo sorgente γ_s ed il grafo bersaglio γ_t (fig. 29). I dati riguardanti un certo numero di *stencil* fanno parte dell'insieme dei dati relativi al sistema. Essi permettono di risolvere la questione della connessione tra α e β attraverso le regole seguenti:

S_1) Il grafo sorgente γ_s di γ deve essere un sottografo di α ed il grafo bersaglio γ_t un sottografo di β .

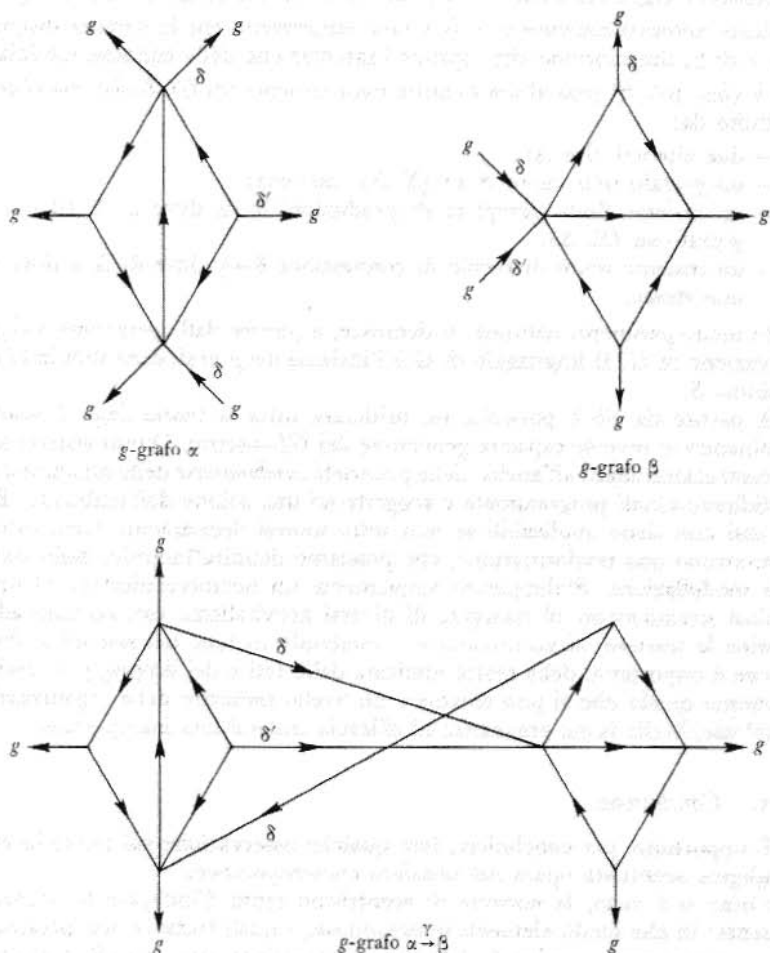


Figura 30.

Connessione dei g -grafi α e β attraverso lo *stencil* γ della figura 29.

S_2) Per ogni spigolo di γ , $a'_s \rightarrow b'_t$, contrassegnato δ si deve avere I) uno spigolo esterno $a'_s \xrightarrow{\delta} g$ di α contrassegnato δ che vada dal vertice a'_s corrispondente ad a' in α al vertice dell'ambiente g ; II) uno spigolo esterno $g \xrightarrow{\delta} b'_t$ di β contrassegnato δ che vada da g al vertice b'_t corrispondente a b' in β .

In queste ipotesi, si connettono allora α e β aggiungendo le connessioni $a'_s \xrightarrow{\delta} g \xrightarrow{\delta} b'_t$, vale a dire gli spigoli di γ . Indichiamo con $\alpha \xrightarrow{\gamma} \beta$ il risultato della connessione. Ogni volta che γ è il grafo vuoto λ , queste ipotesi S_1 ed S_2 sono verificate automaticamente e $\alpha \xrightarrow{\gamma} \beta$ non rappresenta che la somma disgiunta di α e di β , disgiunzione che esprime l'interruzione della connessione iniziale $a \xrightarrow{\delta} b$ (fig. 30). Si può allora definire naturalmente un GOL-sistema G come costituito da:

- due alfabeti Σ e Δ ;
- un g -grafo non vuoto S su (Σ, Δ) : assioma;
- un insieme finito completo di produzioni $\sigma \rightarrow \alpha$ dove $\sigma \in \Sigma$ ed α è un g -grafo su (Σ, Δ) ;
- un insieme finito di regole di connessione $\delta \rightarrow \gamma$ dove $\delta \in \Delta$ e dove γ è uno stencil.

In modo parimenti naturale, si definisce, a partire dall'operazione $\alpha \xrightarrow{\gamma} \beta$, la derivazione in G . Il linguaggio di G è l'insieme dei g -grafi derivabili in G dall'assioma S .

A partire da ciò è possibile riconsiderare tutta la teoria degli L -sistemi, esaminando le diverse capacità generative dei GL -sistemi. Questi sistemi sono per costruzione adatti all'analisi delle proprietà *combinatorie* delle organizzazioni multidimensionali programmate e soggette ad una azione dell'ambiente. Benché essi non siano applicabili se non sotto ipotesi decisamente forti, tuttavia promuovono una trasformazione, che possiamo definire radicale, dello statuto della modellazione. Sviluppando ampiamente un neomeccanicismo ed opponendosi strenuamente al risorgere di diversi neovitalismi, essi portano ad un culmine la nozione di acentrismo e - mettendo in luce nei sistemi biologici ciò che è importante della teoria unificata delle reti e dei linguaggi - rendono autonomo quello che si può chiamare un livello *sintattico* delle organizzazioni complesse, livello la cui pregnanza ed efficacia erano finora insospettite.

5. Conclusione.

È opportuno, per concludere, fare qualche osservazione sul modo in cui il paradigma acentrato opera nel pensiero contemporaneo.

Come si è visto, la nozione di acentrismo tenta d'indagare la situazione seguente: in che modo elementi interconnessi, i quali tuttavia non possiedono delle rappresentazioni globali delle loro connessioni, possono ciò nonostante agire in accordo con questa struttura.

La pregnanza immaginaria di questa situazione è evidente e spiega, in parte,

il suo impatto nella critica contemporanea della ragione del centro, del potere. Come ogni produzione discorsiva, la critica contemporanea del potere denuncia un certo numero di metafore, mentre al tempo stesso ne attualizza e ne ordisce delle altre. Ciò per delle ragioni strutturali che sarebbe fuor di luogo affrontare qui. Ora, l'analisi più superficiale di questa trama vi discerne due isotopie principali, che vi sono intrecciate al punto di divenire indiscernibili. Da una parte un'isotopia acentrata: reti, delocalizzazioni, decentramento, disseminazione, dispersione, ecc. Dall'altra un'isotopia fondata sul singolo evento: discontinuità, rottura, frattura, taglio, faglia, discesa, sfaldatura, ecc.

Di qui due questioni:

- 1) quale è la validità operativa di questo duplice paradigma?
- 2) la complicità d'isotopie che lo congegnano è reale?

Si tratterà qui essenzialmente della prima. Sono possibili due atteggiamenti: si può considerare da una parte che il paradigma acentrato sviluppi come tale una nuova ideologia, prodotta dalla trasformazione infrastrutturale delle società «informatizzate»; dall'altra che palesando dei meccanismi immanenti, questo paradigma permetta di rompere con una razionalità alla quale aderisce ancora il concetto stesso d'infrastruttura.

La risposta non è evidente, in quanto ciò che essa coinvolge è esattamente lo statuto di obiettività delle strutture sociali.

Sebbene le strutture sociali pongano in rilievo processi diversi di controllo e di regolazione che ne assicurano la riproduzione e la stabilità; sebbene questi processi regolino sistemi ipercomplessi di codici e di ideologie, di strati infrastrutturali e di strati simbolici, di economie materiali e di economie pulsionali, sebbene queste economie, questi strati, questi sistemi siano analizzabili a partire da principi e da metodi legittimi, non ne segue per questo con minore evidenza che la struttura non è qui (contrariamente ai sistemi informatici e biologici) un dato, ma uno schema, che si impone al sistema per assumerlo. L'analisi strutturale delle società capitaliste non è semplicemente un atto di descrizione e di modellizzazione, è anche un atto normativo avente per fine di oggettivare l'imposizione di una metafora. Imposizione teorica che viene a colmare il buco che produce in queste società ciò che Deleuze ha chiamato la decodificazione assoluta, ossia il dileguarsi degli scambi simbolici.

Questo svuotamento sociale del simbolico (che ha come correlato quella sua riconquista di territorio nella soggettività privata che è l'inconscio freudiano) fa sì che la struttura — come infrastruttura simbolica — non vi sia che come parvenza, come mimesi. Ma mimesi di nulla, mimesi, come dice Derrida, senza imitazione, senza ripetizione, senza significato, mimesi che è tuttavia la sola oggettività della struttura. Proprio per questo si potrebbe dire che, per noi, la struttura è l'illusione trascendentale del suo reale. Proprio per questo, inoltre, definire la struttura è anche produrla analogicamente nella discorsività che la circonda. Proprio per questo, infine, le metafore che ordiscono questa discorsività non sono ideologiche: rappresentano l'allucinazione del reale come traccia del simbolico.

In breve, nel concetto di struttura sociale applicato alle economie capitalistiche contemporanee, il termine 'struttura' entra in gioco al tempo stesso come causa e come presupposto. Il suo modo di apprendimento è di conseguenza necessariamente quello di una *realizzazione* nel duplice senso di una presa di coscienza e di una messa in atto: presa di coscienza di un eterogeneo sempre già opaco ma creduto infine reso alla propria efficacia; messa in atto di un esercizio pratico-teorico che è anche una determinazione politica. Si potrebbe senz'altro dire che il concetto di struttura sociale ha per noi lo statuto di un performativo (come la coscienza per Descartes).

Di qui il paralogismo di una causa che non sarebbe solamente formale. Poiché più questa causa si manifesta come causa, più essa si manifesta anche, ed in ultima istanza, come presupposto, come «internalizzazione» operata dal sistema di una metafora assiomatica. È dunque a causa di una illusione strutturalmente necessaria che la struttura assicura la sua oggettività. La sua evidenza non proviene dal suo essere. Essa dipende da una istanza estrinseca specifica, che è quella del potere.

Ciò che è certo è che il potere produce: produce del reale, lo produce realizzandone l'evidenza. E non solo come ideologia.

Ciò che occorre comprendere, è che uno dei tratti più specifici della sensibilità teorica contemporanea è che l'istanza stessa del potere come produttore del reale non è più da pensare, ma da interpretare, come un sintomo. E proprio in quanto si considera teoricamente il potere come qualcosa da interpretare, si può sostenere la tesi che esso è produttore del reale, disseminando in diagramma immanente il significante formale la cui struttura è metafora.

Si può in un primo tempo utilizzare per fini critici – anche se in modo non critico – il paradigma della rete, opponendolo a quello dell'albero. Quest'ultimo, oggettivandosi per differenza come gerarchico, può essere pensato come matrice immaginaria e simbolica della ragione teoretico-politica occidentale. Si vede perché: l'albero è la derivazione dicotomica, la canonizzazione di «di due cose l'una», il metodo stesso. Come ironizzano Deleuze e Guattari [1976, trad. it. p. 50], «è strano come l'albero abbia dominato la realtà occidentale e tutto il pensiero occidentale, dalla botanica alla biologia, l'anatomia ma anche la gnoscologia, la teologia, l'ontologia, tutta la filosofia...: il fondamento-radice, *Grund, roots e foundations*». Grafo migratore e schema invariante, spazio preliminare alla vita e nervatura delle tassonomie, esaustività enciclopedica e soprattutto mancanza di mancanza, la figura dell'albero – genealogico, topologico, logico – occuperebbe dunque lo spazio imperialista del fallogocentrismo.

La disposizione dell'opposizione dei paradigmi centrato/acentrato su albero/rete permette allora di raddoppiare così – ossia di «specializzare» – la topica del reale, del simbolico e dell'immaginario:

albero	rete
simbolico, immaginario	reale

permette di supporre, a cose fatte, che nel momento in cui, al livello del *dire*, l'immaginario al potere era quello dell'arborescenza gerarchica, non era lo stesso al livello del *fare* poiché l'esercizio reale del potere era in effetti garantito da un'istanza completamente diversa, questa volta disseminata, reticolata. Tale è in parte la tesi di Foucault in *Surveiller et punir* [1975]. L'immanenza propria delle società disciplinari (quelle della castrazione penale) dissemina ovunque le relazioni del potere. Esse le fanno giocare «non al di sopra, ma nel tessuto stesso della molteplicità» [Deleuze 1975]. Si interpreta dunque il reale immanente delle società disciplinari come mimesi (diagramma) del paradigma della rete, supposto qui causa.

L'ambiguità di questo metodo consiste nel fatto che in un secondo tempo diviene necessario criticare tale paradigma come tale, come prodotto eventuale dei rovesciamenti infrastrutturali e tecnologici del capitalismo contemporaneo.

Diviene di conseguenza indecidibile sapere se si tratta di una proiezione retrospettiva sul fatto storico delle società borghesi del paradigma acentrato, supposto contro il loro proprio dire e contro il loro proprio fare, o se viceversa si tratta del palesarsi di un acentrismo realmente causa, sempre contro il loro proprio dire, ma non più contro il loro proprio fare. Questo indecidibile si esprime dicendo che «un diagramma non funziona mai per rappresentare un mondo obiettivo»; al contrario esso organizza un nuovo tipo di realtà. Il diagramma non è una scienza, è sempre una questione di politica. Non è un soggetto della storia, né si erge al di sopra della storia. Esso fa storia».

L'indecidibile è l'effetto di ciò che il potere è giunto ad interpretare per noi, è un segno del fatto che la sua idea ormai non nasconde più il suo funzionamento. Se il potere è fallito (l'interpretazione supplisce a questo fallimento) è perché l'idea del potere non corrisponde più a dei poteri empirici che essa rappresenterebbe, è perché essa viene meno ai suoi compiti. Proprio per questo si richiede ora un'interpretazione. Proprio questa è la cosiddetta crisi dell'autorità. Crisi che trova la sua articolazione nella sparizione degli scambi simbolici, cioè nell'azione di decodificazione e nel passaggio ad un regime astratto delle economie occidentali.

Questa problematica non è priva d'incidenza strategica poiché, come la riassume Deleuze [1975], la microfisica foucaultiana ha come correlato una rimessa in causa delle tesi centrali del marxismo:

- 1) tesi della proprietà: il potere sarebbe la proprietà di una classe che l'avrebbe conquistato;
- 2) tesi della localizzazione: il potere sarebbe potere di Stato;
- 3) tesi della subordinazione: il potere incarnato nell'apparato dello Stato sarebbe subordinato ad un modo di produzione come ad una infrastruttura;
- 4) tesi del modo d'azione: il potere agirebbe per mezzo della repressione o della ideologia;
- 5) tesi della legalità: il potere dello Stato si esprimerebbe nella legge.

A ciò Foucault risponde rispettivamente:

- 1) il potere è meno una proprietà che non una strategia;
- 2) la localizzazione non è che la risultante di una tecnologia del potere, della sua microfisica;
- 3) il potere è strettamente immanente, è uno spazio seriale;
- 4) il potere non agisce per repressione o ideologia, esso produce del reale, quello della normalizzazione;
- 5) la legge non è in effetti che una gestione ben temperata delle diverse illegalità, il potere dello Stato non si esprime in essa.

In breve, ciò cui pone termine *Surveiller et punir* è una complicità (anche marxista) attorno allo Stato, e questa rottura non può effettuarsi che mediante l'equivoco significante del paradigma acentrato, il quale permette di scrivere e qualificare l'immanenza del diagramma. Si è detto «equivoco significante»: il fatto è che in effetti la figura stessa della disseminazione è un effetto di superficie dell'informatizzazione delle infrastrutture. Si può dunque fare l'ipotesi che la critica foucaultiana del marxismo non faccia altro che interpretare il potere storico borghese allucinando il suo reale a partire da una figura del capitalismo astratto contemporaneo, figura de-localizzata della sua causa reale per mimare e/o realizzare la causa supposta della struttura che la precede. [J. P.].

Baker, R., e Herman, G. T.

- 1972 *Simulation of organisms using a developmental model*, in «International Journal of Bio-Medical Computing», III, pp. 201-15 e 251-67.

Balzer, R. M.

- 1966 *Studies Concerning Minimal Time Solutions to the Firing Squad Synchronization Problem*, Carnegie Institute of Technology, Pittsburgh.
 1967 *An 8-state minimal solution to the Firing Squad Synchronization problem*, in «Information and Control», X, pp. 22-42.

Benoist, J.-M.

- 1975 *Tyrannie du Logos*, Minuit, Paris.

Bentham, J.

- [1787] *Panopticon; or, the Inspection House*, Payne, London 1791.

Deleuze, G.

- 1975 *Ecrivain non: un nouveau cartographe*, in «Critique», n. 343.

Deleuze, G., e Guattari, F.

- 1976 *Rhizome*, Minuit, Paris (trad. it. Pratiche Editrice, Parma 1977).

Downey, P. J.

- 1974 *Developmental systems and recursion schemes*, in *Proceedings of the 1974 Conference on Biologically Motivated Automata*, IEEE, McLean Va.

Foucault, M.

- 1975 *Surveiller et punir. Naissance de la prison*, Gallimard, Paris (trad. it. Einaudi, Torino 1976).

- Herman, G. T.
1973 *A biologically motivated extension of Algol-like languages*, in «Information and Control», XXII, pp. 487-502.
- Herman, G. T., e Liu, W. H.
1973 *The daughter of Celia, the French flag and firing squad*, in «Simulation», XXI, pp. 33-41.
- Herman, G. T., e Rozenberg, G.
1975 *Developmental Systems and Languages*, North-Holland, New York.
- Herman, G. T.; Liu, W. H.; Rowland, S.; e Walker, A.
1974 *Synchronization of growing cellular arrays*, in «Information and Control», XXV, pp. 103-21.
- Lindenmayer, A.
1974 *L-Systems in their biological context*, in *Proceedings of the 1974 Conference on Biologically Motivated Automata*, IEEE, McLean Va.
- Lindenmayer, A., e Culik II, K.
1974 *Parallel rewriting on graphs and multidimensional development*, University of Waterloo, Waterloo (Ontario).
- Miller, J. A.
1975 *La machine panoptique de Jeremy Bentham*, in «Ornicar», n. 3, pp. 3-36.
- Minsky, M. L., e Papert, S.
1969 *Perceptrons. An Introduction to Computational Geometry*, Mit Press, Cambridge Mass.
- Moore, F. R.
1964 *The Firing Squad Synchronization problem*, in E. F. Moore (a cura di), *Sequential Machines. Selected Papers*, Addison-Wesley, Reading Mass.
- Moore, F. R., e Langdon, G. G.
1968 *A generalized Firing Squad problem*, in «Information and Control», XII, pp. 212-20.
- Poulet, G.
1961 *Les métamorphoses du cercle*, Plon, Paris (trad. it. Rizzoli, Milano 1971).
- Rao Kosaraju, S.
1977 *On some open problems in the theory of cellular automata*, in «IEEE Transactions on Computers» (ciclostilato).
- Rose, S. P. R.
1973 *The Conscious Brain*, Weidenfeld and Nicholson, London (trad. it. Mondadori, Milano 1975).
- Rosenstiehl, P.
1966 *Existence d'automates finis capables de s'accorder bien qu'arbitrairement connectés et nombreux*, in «International Computation Centre Bulletin», V, pp. 245-61.
1971 *Labyrinthologie mathématique*, in «Mathématiques et Sciences humaines», n. 33, pp. 5-32.
- Rosenstiehl, P.; Fiksel, J. R.; e Hollinger, A.
1972 *Intelligent graphs*, in R. C. Read (a cura di), *Graph Theory and Computing*, Academic Press, New York.
- Sarduy, S.
1975 *Barroco*, Seuil, Paris.
- Serres, M.
1968 *Le système de Leibniz et ses modèles mathématiques*, Presses Universitaires de France, Paris.
- Siromoney, R., e Siromoney, G.
1974 *Extended Controlled Table Arrays*, University of Maryland, Baltimore.
- Waksmann, A.
1966 *An optimum solution to the Firing Squad Synchronization problem*, in «Information and Control», IX, pp. 66-78.

Wolpert, L.

- 1968 *The French flag problem: a contribution to the discussion on pattern development and regulation*, in C. H. Waddington (a cura di), *Towards a Theoretical Biology*, I, Aldine, Chicago.

La teoria delle organizzazioni acentrate rientra in parte nell'ambito di quelle attività di **calcolo** e tecnologiche che costituiscono le simulazioni dei sistemi complessi (cfr. **simulazione**, **sistema**). Tuttavia, l'esplicitazione delle proprietà dei sistemi acentrati, oltre ad avere un intrinseco valore modellizzatore (cfr. **modello**) fornisce anche la possibilità di affrontare in modo nuovo i problemi della **struttura** sociale, formalizzando rapporti e comportamenti, certo ridotti al livello individuale. Restando in campi in cui l'applicazione del paradigma acentrista rischia meno di essere controversa, si può vedere, trattando delle reti di automi (cfr. **rete**, **automa**, **grafo**), come sia possibile localizzare (cfr. **locale/globale**) sia l'intelligenza delle componenti di un sistema, sia l'**informazione** di cui esse dispongono, il che consente di affrontare in modo nuovo problemi classici (cfr. **combinatoria**, **labirinto**).